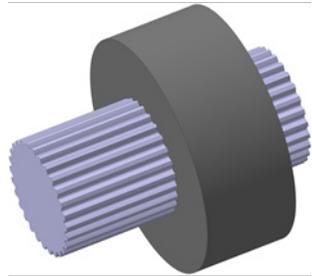


## Ankündigung: Dissertation zur Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen

Wild, J.

*Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 finden breite Anwendung in der Antriebstechnik. Resultierend aus dem Bestreben in der Praxis die Leistungsdichte immer weiter zu steigern, werden kerbwirkungsbedingt immer häufiger die Tragfähigkeitsgrenzen erreicht. Im Rahmen der Dissertation mit dem Titel „Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen“ wird aufgezeigt, wie die optimale Gestaltung derartiger Welle-Nabe-Verbindungen und damit eine signifikante Tragfähigkeitssteigerung auf sehr einfache Art und Weise gelingt.*



*Splined tooth shaft connections in accordance with DIN 5480 are widely used in the drive technology. In practice, a common goal is to continuously increase the power density. As a result, the carrying capacity is reached more and more frequently. In the dissertation with the title „Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen“ it is shown, how this kind of shaft-hub connections can be designed in an optimal way to meet the goal of a significant increase of the load capacity in a very simple way.*

### Einleitung

Mögliche Versagensursachen bei dynamischer Belastung von Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 /3/ sind Anrissbildung bedingt durch Werkstoffzerrüttung im zugseitigen Zahnfußbereich sowie verschleißbedingtes Flankenversagen. Zuletzt benannter Sachverhalt wird im Rahmen der Dissertation nicht betrachtet. Hier steht vielmehr die Zahnfußtragfähigkeit flankenzentrierter Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 im Fokus.

Durch die dynamische Beanspruchung metallischer Werkstoffe oberhalb der Dauerfestigkeit bilden sich Extrusion und Intrusionen aus. Der Werkstoff wird zerrüttet. Über der Bauteilnutzung ist die Anrissbildung das Resultat, die es im Rahmen einer dauerhaftesten Auslegung zu verhindern gilt. Für Zahnwellenverbindungen kann als Anrissort der zugseitige Zahnfußbereich häufig an bzw. kurz vor der Nabenkante benannt werden. Dieser kann mit hinreichender Genauigkeit numerisch vorhergesagt werden, vgl. Abbildung 1. Dies gilt ebenfalls für eine entsprechende Quantifizierung.

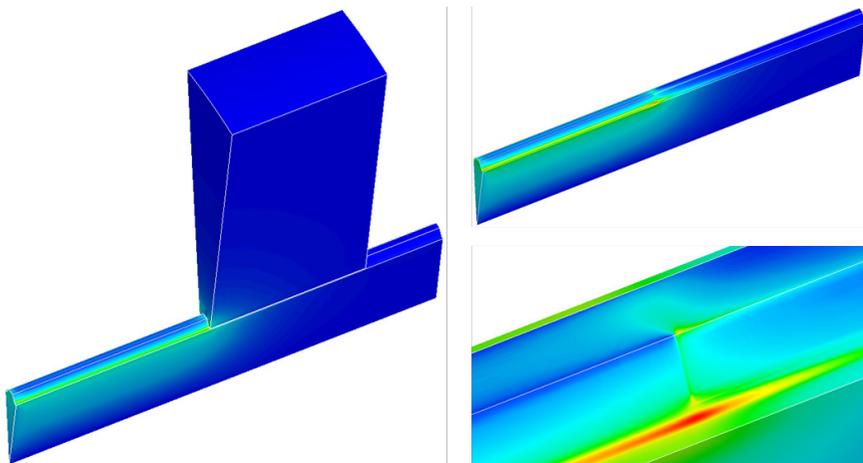


Abbildung 1: Charakteristisches Beanspruchungsmaximum evolvencischer Zahnwellenverbindungen /8/

Zahnwellenverbindungen werden in der Praxis häufig nach DIN 5480 gestaltet. Die Norm eröffnet dem Anwender hierbei im Wesentlichen die Wahl des Bezugsdurchmessers  $d_B$ , des Moduls  $m$  bzw. der Zähnezah  $z$  sowie des Fußrundungsradius des Bezugsprofils  $\rho_{FP}$ . Den Bezugsdurchmesser  $d_B$  gegenwärtig nicht betrachtend, ist unter anderem aus den Untersuchungen von K. Wesolowski /7/ sowie dem Forschungsvorhaben FVA 591 I /1/ bereits bekannt, dass die anderen oben benannten Parameter nennenswerten Einfluss auf die Spannungsüberhöhung im Zahnfußbereich nehmen bzw. sogar Optima existieren. Es gibt jedoch bislang keine ausreichende Möglichkeit zur Quantifizierung dieser Einflüsse. Diesem Sachverhalt entwuchs die Motivation der Dissertation mit dem Titel „Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen“. Neben den oben benannten Tragfähigkeitseinflüssen Bezugsdurchmesser  $d_B$ , Modul  $m$  bzw. Zähnezah  $z$  sowie Fußrundungsradius des Bezugsprofils  $\rho_{FP}$ , wurde die Forschungstätigkeit weitergefasst und unter anderem um den Flankenwinkel  $\alpha$  als Untersuchungsparameter ergänzt. Ziel dieser Arbeit war es, dem Konstrukteur neben allgemeinen konstruktiven Gestaltungsempfehlungen einfache Werkzeuge zur Verfügung zu stellen, so dass jede Zahnwellenverbindung sehr einfach und sehr schnell optimal ausgelegt werden kann. Im nachfolgenden wird der Inhalt der Dissertation im Rahmen eines Ausblicks dargelegt.

### Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen

Zur Realisierung der in der Einleitung beschriebenen Zielsetzung wurden umfangreiche numerische Analysen an Zahnwellenverbindungen durchgeführt. Diese ermöglichten es, qualitative Empfehlungen zur vorteilhaften Konstruktion

derartiger Verbindungen abzuleiten. Zudem lieferten diese Analysen natürlich die Möglichkeit entsprechender Quantifizierungen und damit auch der Tragfähigkeit. Die berechnungsübergreifende Betrachtung und Auswertung ermöglichte die Bestimmung etwaiger Optima. Weiterführend wurden diese einflussgrößen-spezifischen Besonderheiten zu Näherungsgleichungen weiterentwickelt. Resultierend wurde eine Auslegungsroutine erarbeitet, die dem Konstrukteur lediglich die Wahl eines Bezugsdurchmesser  $d_B$  sowie eines Flankenwinkels  $\alpha$  abverlangt. Die Anwendung dieser Routine führt automatisch dazu, dass für die beiden gewählten Parameter die bezüglich Zahnfußfestigkeit optimale Zahnwellenverbindung realisiert ist. In Weiterführung wurde der Formelmechanismus zur Geometriegenerierung der DIN 5480 in der Art ergänzt, dass sich ausgehend von der optimalen Grundform der aktuell gültigen Norm signifikante Tragfähigkeitsvorteile für den Zahnfußbereich ergeben. Basierend auf experimentellen Untersuchungen wurden abschließend, von der Grundform einer Zahnwellenverbindung abweichende, Empfehlungen zur konstruktiven Gestaltung diskutiert, vgl. /9/. Die dazu im Rahmen der Dissertation verfolgte Vorgehensweise zeigt Abbildung 2.

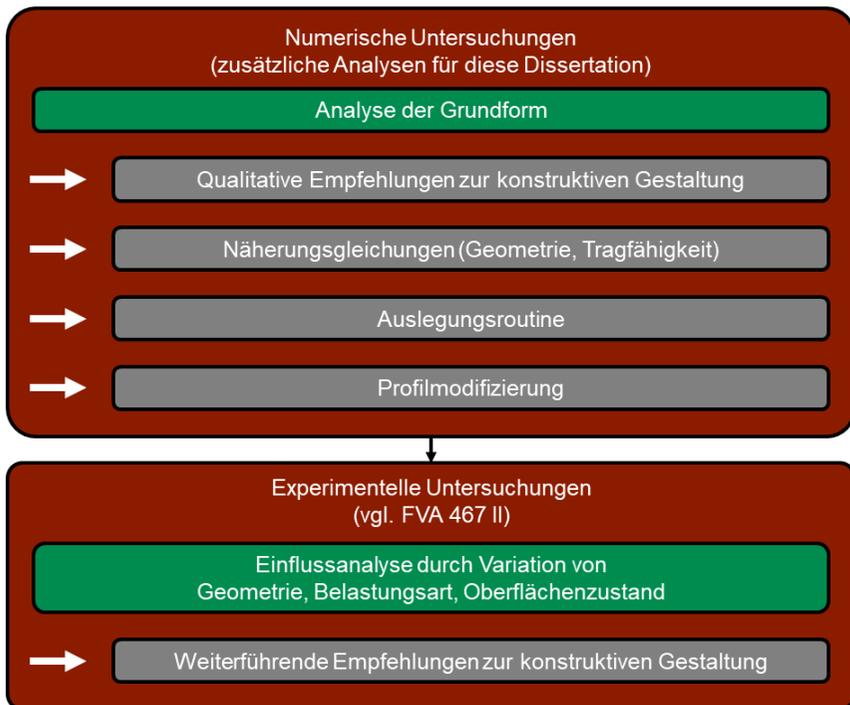


Abbildung 2: Vorgehensweise zur Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen /8/

### Numerisch basierte Optimierung

Zum Zweck der Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen wurden zahlreiche numerische Untersuchungen an Zahnwellenverbindungen in ihrer Grundform, also an endlos verzahnten Wellen mit dickwandiger Nabe, durchgeführt, vgl. Abbildung 3. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurden der Bezugsdurchmesser  $d_B$ , der Modul  $m$  bzw. die Zähnezah  $z$ , der (Wellen-)Fußrundungsradius des Bezugsprofils  $\rho_{FP1}$  sowie in Erweiterung der DIN 5480 der Flankenwinkel  $\alpha$  variiert, vgl. Abbildung 4 bis Abbildung 7. Die entsprechend analysierten Stützstellen können Abbildung 8 entnommen werden.

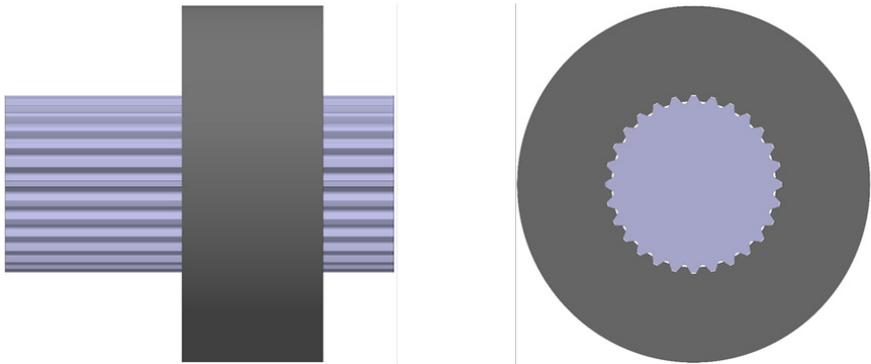


Abbildung 3: Grundform einer Zahnwellenverbindung nach DIN 5480 /8/

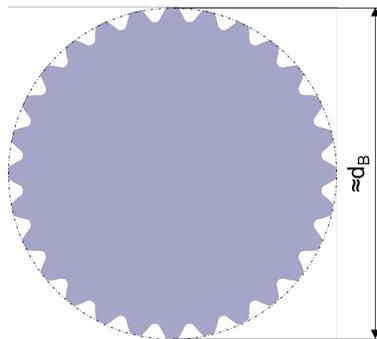


Abbildung 4: Parametervariation – Bezugsdurchmesser  $d_B$  /8/

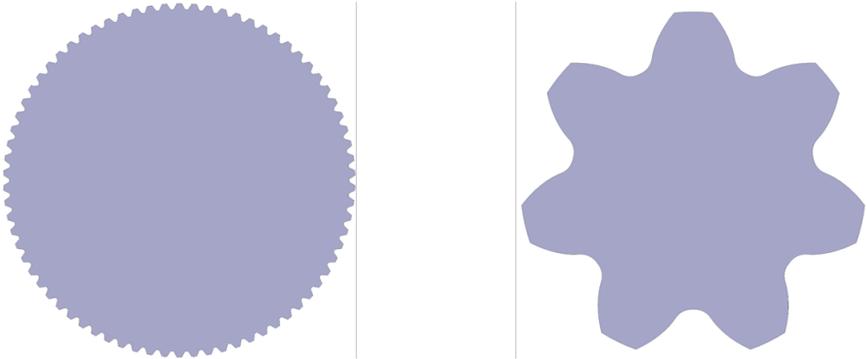


Abbildung 5: Parametervariation – Modul  $m$  (gleicher Maßstab) /8/

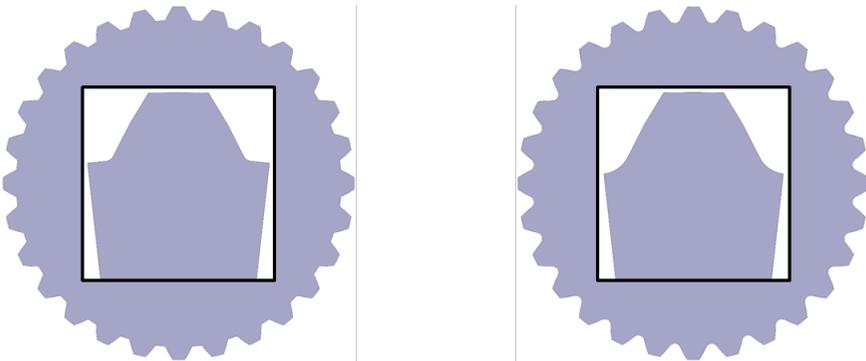


Abbildung 6: Parametervariation – Fußrundungsradius des Bezugsprofils  $\rho_{FP1}$  (gleicher Maßstab) /8/

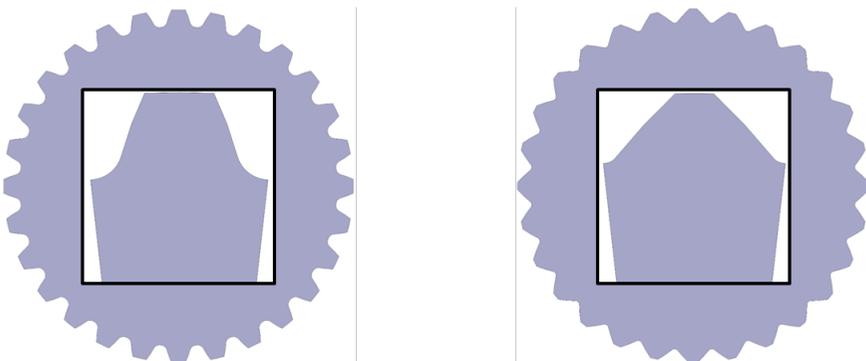


Abbildung 7: Parametervariation – Flankenwinkel  $\alpha$  (gleicher Maßstab) /8/

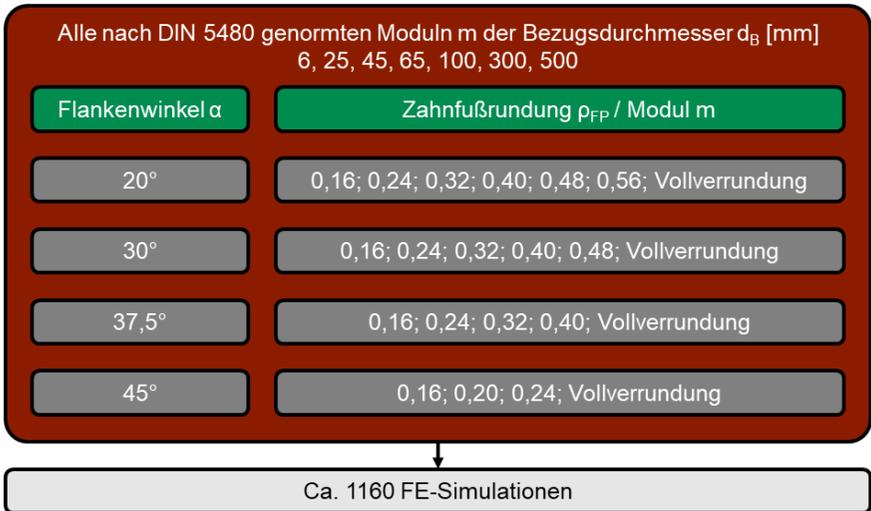


Abbildung 8: Numerisch analysierte Stützstellen /8/

Basierend auf den numerisch gewonnenen Ergebnissen, vgl. Abbildung 8, werden zunächst qualitative Aussagen zu einer optimalen Gestaltung von Zahnwellenverbindungen auf erweiterter Basis der DIN 5480 getroffen. Weiterführend werden Näherungsgleichungen zur exakten optimalen geometrischen Gestaltung derartiger Welle-Nabe-Verbindungen angeführt und zudem Gleichungen zur Bestimmung aller für die Auslegung erforderlichen Größen, z.B. unter Anwendung der DIN 743 /1/, angegeben. Darauf aufbauend wurde eine Auslegungsroutine entwickelt, die dem Anwender die optimale Gestaltung von Zahnwellenverbindungen auf einfache Art und Weise ermöglicht. Hier sind lediglich noch der Bezugsdurchmesser  $d_B$  und der Flankenwinkel  $\alpha$  zu wählen. Am Ende der Routine liegt immer die bezüglich Zahnfußspannungen optimale Verbindung vor.

Weiterführend wurden die nachfolgenden Einflüsse diskutiert:

- Differenzierung der Treffsicherheiten der Haupt- und Vergleichspannungshypothese nach von Mises
- Geometrieabhängige Lageveränderung des Spannungsmaximums in radialer und axialer Richtung
- Aufzeigen des Tragfähigkeitspotentials gängig angewendeter Verbindungen im Vergleich zum Optimum
- Einfluss des Formübermaßes des Bezugsprofils  $C_{FP1}$
- Zug-/druckseitige Tragfähigkeitsdifferenzierung nach DIN 5466 /2/
- Profilmodifizierung sowie nachfolgende Gegenüberstellung zu anderen Profilformen, vgl. das nachfolgende Kapitel „Profilmodifizierung“

## Profilmodifizierung

Ein großer Vorteil evolventischer Zahnwellenverbindungen ist, dass diese Profilform sehr wirtschaftlich herstellbar ist. Es ist allerdings bekannt, dass die praxisrelevante, örtliche Beanspruchung durch geometrische Veränderungen deutlich reduziert werden kann, vgl. Novikov und komplexe Trochoiden. Gegenüber den beiden zuletzt benannten Profilwellenarten bestehen jedoch fertigungsbedingt wirtschaftliche Bedenken. Hieraus resultierend wurde im Rahmen des Forschungsvorhabens FVA 7421 /5/ unter Berücksichtigung „aller“ an eine Profilform gestellten Anforderungen überprüft, ob eine Profilformänderung hin zu den komplexen Trochoiden sinnvoll ist. Bezüglich der Zahnfußtragfähigkeit wurde ein Vorteil der komplexen Trochoiden festgestellt, siehe dazu auch den Beitrag „Experimentelle Untersuchungen von Zahnwellenprofilen“ in dieser Institutsmitteilung. Hier gilt es allerdings hervorzuheben, dass bei entsprechenden Quervergleichen geometrische Unterschiede existieren, vgl. unter anderem Abbildung 9.

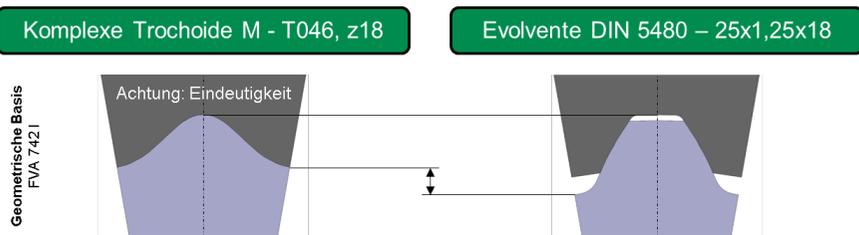


Abbildung 9: Visualisierung geometrischer Unterschiede von in FVA 7421 verglichenen Profilformen (gleicher Maßstab) /8/

Hinsichtlich der oben erwähnten geometrischen Unterschiede gilt es zu benennen:

- (Wellen-)Fußrundungsradius des Bezugsprofils  $\rho_{FP1}$
- (Wellen-)Fußkreisdurchmesser  $d_{f1}$
- Flankenwinkel  $\alpha$  (Neigung der Profilkontur bezüglich Umfangskraft)

Im Rahmen der Dissertation wurde die DIN 5480 so weiterentwickelt, dass auf sehr einfache Art und Weise eine zu der in Abbildung 9 gezeigten komplexen Trochoiden vergleichbare Geometrie generiert werden kann. Das Ergebnis dieser Bemühungen zeigt Abbildung 10. Aus Gründen der Vollständigkeit sei an dieser Stelle erwähnt, dass der Verbindung nach DIN 5480 ein Formübermaß des Bezugsprofils  $c_{FP1}$  von 0,12m zugrunde liegt. Durch eine Reduzierung des Formübermaßes könnte der Kontaktbereich zwischen Welle und Nabe weiter vergrößert und damit die Flankentragfähigkeit günstiger gestaltet werden.

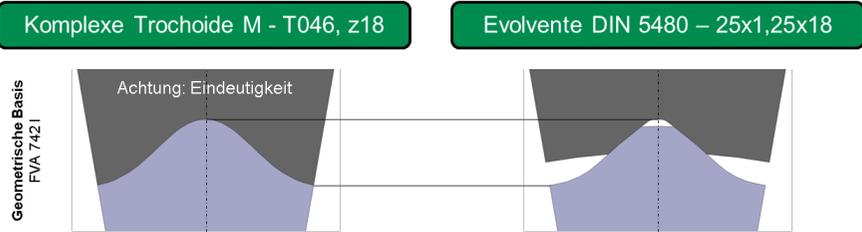


Abbildung 10: Geometrisches Resultat nach erweiterter DIN 5480 sowie entsprechender Anwendung unter dem Aspekt der Vergleichbarkeit beider Profilformen (gleicher Maßstab) /8/

Als Ergebnis der numerischen Untersuchungen dieses modifizierten DIN 5480-Profils in Abbildung 10 rechts ergab sich eine dem M-T046, z18-Profil /5/ entsprechend geringe Kerbwirkung. Durch die entwickelte Möglichkeit zur Profilmodifizierung von Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 sind weitere Tragfähigkeitssteigerungen denkbar. Dies geht jedoch zu Lasten der Flankentragfähigkeit und stellt hier eine entsprechende technische Herausforderung dar, die noch zu untersuchen ist.

### Experimentbasierte Optimierung

In der Praxis haben von der Grundform abweichende konstruktiv bedingte Geometrien Einflüsse auf das Tragverhalten. So werden in Weiterführung der oben benannten numerischen Analysen experimentelle Ergebnisse des Forschungsvorhabens FVA 467 II /9/ diskutiert. Ausgehend von einer Standardkonfiguration, vgl. Abbildung 11, wurden zur entsprechenden Einflussbestimmung Variationen durchgeführt, vgl. Tabelle 1.

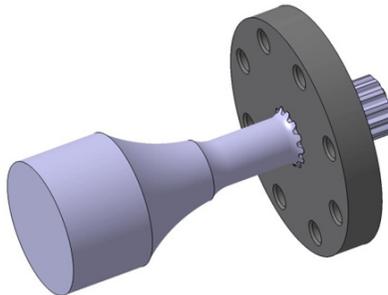
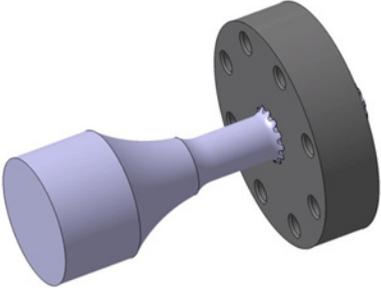
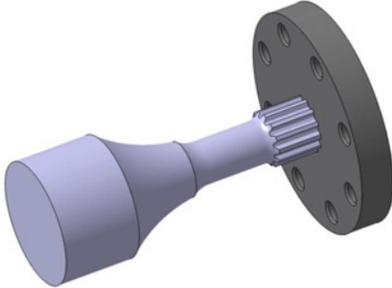
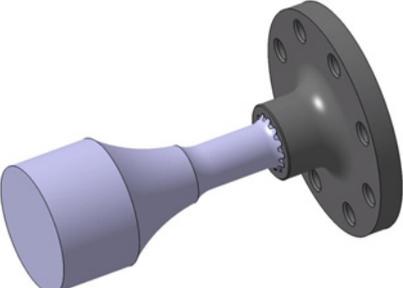
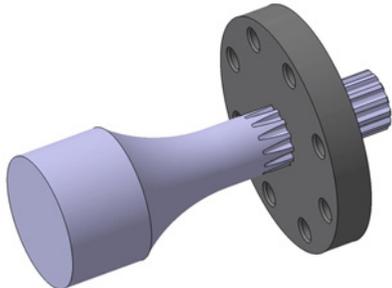


Abbildung 11: Definition der Standardkonfiguration ( $M_{ba} / M_{tm} = 0,2$ , 42CrMo4+QT, freier Auslauf, gefräste Verzahnung ( $C_{FPWälzfräsen}$  /  $\#PZerspanen$ ), Nabenlage 0,  $b / d_B = 0,8$ ,  $d_{e2} / d_{f2} > 2,82$ ) /9/

Tabelle 1: Definition durchgeführter Variationen /9/

<b>Geometrievariationen</b>	
	
Nabenbreite $b$ / Bezugs- $\varnothing d_B = 1,2$	Nabenlage 1
	
Nabenaußen- $\varnothing d_{e2}$ / Bezugs- $\varnothing d_B = 1,3$	Gebundener Auslauf
<b>Variation des Lastverhältnisses</b>	
$M_{ba} / M_{tm} = 0,1$	$M_{ba} / M_{tm} = 0,3$
<b>Modifikation der Oberflächenverfestigung</b>	
Kaltwalzen ( $C_{FPKaltwalzen}$ / $P_{FPKaltwalzen}$ )	Einsatzhärtung (17CrNi6-6)
Einsatzhärtung (17CrNi6-6, gebundener Auslauf)	

## Zusammenfassung

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass mit der Dissertation neben qualitativen Aussagen zur vorteilhaften Gestaltung von Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 Näherungsgleichungen zur Verfügung stehen, die

- den optimalen Modul  $m_{Opt}$
- den optimalen (Wellen-)Fußrundungsradius am Bezugsprofil  $\rho_{FP1Opt}$
- das (Wellen-)Fußrundungsabmaß am Bezugsprofil der optimalen Verbindung  $C_{PFP1Opt}$  (neue Größe zur Bestimmung des (Wellen-)Fußkreisdurchmessers  $d_{f1}$ ),
- die Formzahl der optimalen Verbindung  $\alpha_{ktGEHdb}$  nach Stand der Technik (Anm.: Zusätzlich wurde  $\alpha_{ktGEHdb}$  entwickelt) sowie
- das bezogene Spannungsgefälle der optimalen Verbindung  $G'_{GEOpt}$

bei nachgewiesener Allgemeingültigkeit beschreiben. Weiterführend existiert nun eine Auslegungsroutine, die nach Wahl eines Bezugsdurchmessers  $d_b$  sowie eines Flankenwinkels  $\alpha$  automatisch zur optimalen Zahnwellenverbindung führt. In Weiterführung sind quantitativ fundierte Empfehlungen zur Wahl des Flankenwinkels  $\alpha$  gegeben, so dass sich die Auslegung einer optimalen Zahnwellenverbindung nochmals vereinfacht.

## Danksagung

Der Autor bedankt sich bei der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) und ihren Mitgliedern für die inhaltliche Betreuung sowie bei der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen „Otto von Guericke“ e.V. (AiF) für die finanzielle Unterstützung bei der Durchführung der Forschungsvorhaben mit den Nummern FVA 467 II (AiF 16661 BG) /9/ und FVA 742 I (AiF 18406 BG) /5/. Die im Rahmen der Bearbeitung dieser Forschungsvorhaben gewonnenen Erkenntnisse befähigten den Autoren dazu, die in diesem Artikel dargelegte Vorgehensweise zu er- und fachlich zu bearbeiten. Weiter bedankt sich der Autor für die am Institut für Maschinenwesen der TU Clausthal gebotene Möglichkeit, eine äußerst hohe und außergewöhnliche Ausbildung als wissenschaftlicher Mitarbeiter durchlaufen zu dürfen. Diese führte zu einer signifikant fachlichen aber auch persönlichen Weiterentwicklung. Für die Betreuung bedankt sich der Autor besonders bei Prof. Dr.-Ing. Armin Lohrengel sowie Dr.-Ing. Günter Schäfer. Weiter gilt der Dank des Autors Dr. rer. Nat. Henning Behnke für dessen fachliche Unterstützung bei der Entwicklung von Näherungsgleichungen. Abschließend bedankt sich der Autor bei Dr.-Ing. Tobias Mänz sowie Dipl.-Ing. Xiaobei Wang, deren Arbeiten und Leistungen im Bereich der APDL-Programmierung wegweisend für die Entwicklung eines eigenen, umfangreichen APDL-Tools zur effizienten numerischen Analyse von Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 waren.

## Symbole, Benennungen und Einheiten

<b>Symbol</b>	<b>Benennung</b>	<b>Einheit</b>
b	Nabenbreite	mm
$c_{FP}$	Formübermaß des Bezugsprofils	mm
$c_{\rho FP}$	Fußrundungsabmaß	mm
$d_B$	Bezugsdurchmesser	mm
$d_{e2}$	Nabenaußendurchmesser	mm
$d_f$	Fußkreisdurchmesser	mm
$G'$	Bezogenes Spannungsgefälle	1/mm
m	Modul	mm
M	Moment	Nm
z	Zähnezahl	/
$\alpha$	Flankenwinkel	°
$\alpha_k$	Formzahl	/
$\rho_{FP}$	Fußrundungsradius des Bezugsprofils	mm

<b>Index</b>	<b>Benennung</b>
b	Biegung
t	Torsion
m	Mitte
a	Amplitude
GEH	Gestaltänderungsenergiehypothese
$d_B$	Bezugsdurchmesser $d_B$
dh1	Ersatzdurchmesser /6/
1, 2	Welle, Nabe

## Literatur

- /1/ Norm DIN 743, 2012-12-00: Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen
- /2/ Norm DIN 5466, 2000-10-00: Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen
- /3/ Norm DIN 5480, 2006-03-00: Passverzahnungen mit Evolventenflanken und Bezugsdurchmesser
- /4/ Biansompa, E.; Schäfer, G.: Zahnwellenberechnung: FVA-Berechnungsrichtlinie für Zahnwellen-Verbindungen. Forschungsvorhaben Nr. 591 I der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main, 2015 (FVA-Heft 1139)
- /5/ Mörz, F.; Selzer, M.; Wild, J.: Optimierung des Zahnwellenprofils primär zur Drehmomentübertragung unter Berücksichtigung wirtschaftlicher Fertigungsmöglichkeiten, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 742 I, erscheint demnächst
- /6/ Nakazawa, H.: On the Torsion of Splined Shafts. Tokyo, Tokyo Torizo Univers., 1951
- /7/ Wesolowski, K.: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung, Düsseldorf, VDI-Verlag, 1997 (Fortschrittsberichte VDI Reihe 1 Nr. 286)
- /8/ Wild, J.: Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen. Noch nicht veröffentlichte Dissertation.
- /9/ Wendler, J.; Wild, J.: Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen. Tragfähigkeit von Profilwellen (Zahnwellen-Verbindungen) unter typischen Einsatzbedingungen, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 467 II, Frankfurt/Main, 2017 (FVA-Heft 1224)