

## Zahnwellen-Verbindung

Auslegung, Potentiale und Festigkeitsnachweis von Passverzahnungen

Schäfer, G.

*Zahnwellenverbindungen/Passverzahnungen stellen eine häufig angewendete Alternative unter den möglichen Welle-Nabe-Verbindungen dar. Für die Gestaltung stehen verschiedene genormte Profile sowie daran angelehnte Modifikationen zur Verfügung. Der Beitrag gibt Hinweise für eine anwendungsorientierte Auswahl der Profilgeometrie und bewertet weitere Optimierungspotentiale z.B. in Form einer Flankenlinienkorrektur. Abschließend wird die zweistufige Vorgehensweise mit der elementspezifischen Berechnungsnorm DIN5466 zur Berechnung lokaler Spannungen und der daran gekoppelte Festigkeitsnachweis nach dem örtlichen Konzept der FKM-Richtlinie skizziert.*



*Splines are common elements in mechanical engineering to join shafts and hubs. The following chapters explain how to design a splined connection and how to increase the load capacity regarding the geometry, material and manufacturing technology. Finally the stress analysis with the combination of DIN 5466 and FKM-Guideline is introduced.*

### 1 Einleitung

Die Auslegung einer Passverzahnung stellt aufgrund der Anzahl der variierbaren Parameter eine anspruchsvolle Aufgabe dar. Ausgehend von dem üblicherweise recht früh festliegenden Durchmesser, kann nach DIN 5466 [1] eine sinnvolle Breite abgeleitet werden. Anschließend sind dann Fragen bezüglich Modul – Zähnezahl zu klären. Damit wäre die Grobgeometrie zunächst skizziert und es können detaillierte Berechnungen zur Übertragungsfähigkeit angestellt werden und weitere Festlegungen bezüglich Werkstoff, Wärmebehandlung, Fertigungsverfahren und -qualität, Schmierung, Passung usw. behandelt werden. Die folgenden Abschnitte sollen Hinweise und Hilfestellungen zu den jeweils anstehenden Entscheidungen liefern und Ausblicke geben.

## 2 Auswahl der Profilgeometrie und Optimierungspotentiale

Mit dem vorgesehenen Durchmesser der Verbindung kann aus der DIN 5480 ein geeignetes Modul-Zähnezahl-Verhältnis abgelesen werden. Zu einem Bezugsdurchmesser sind allerdings unterschiedliche Verhältnisse verfügbar. Die Verbindung mit der höchsten Zähnezahl (kleinste Zähne) hat im Wellenzahnfuß über weite Bereiche die geringste Vergleichsspannung wegen des großen Kernquerschnitts, auf den Steifigkeitssprung an der Nabenkante reagiert sie aber mit der höchsten Spannungsspitze. Die Verbindung mit der kleinsten Zähnezahl (massivste Zähne) hat an der Nabenkante klare Vorteile. Die optimale Lösung liegt mit einem ausgewogenen Verhalten dazwischen, grob abgeschätzt kann der Bereich zwischen 25% und 50% des nach DIN 5480 möglichen Moduls empfohlen werden, siehe Abbildung 1.

Tabelle 1 — Auswahlreihen, Bezugsdurchmesser  $d_B$  von 6 mm bis 58 mm

$d_B$ mm	Zähnezahl $z$ bei Modul $m$													
	0,5	0,6	0,75	0,8	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	6
6	10	8	6	6										
7	12	10	8	7										
8	14	12	9	8	6									
9	16	13	10	10	7									
10	18	15	12	11	8	6								
11	20	17	13	12	9	7								
12	22	18	14	13	10	8	6							
13	24	20	16	15	11	9	7	6						
14	26	22	17	16	12	10	8	6						
15	28	23	18	17	13	10	8	7	6					
16	30	25	20	18	14	11	9	8	6					
17	32	27	21	20	15	12	10	8	7					
18	34	28	22	21	16	13	11	9	8	6				
19	36	30	24	22	17	14	12	10	9	7				
20	38	32	25	23	18	15	13	11	10	8	6			
22	40	34	26	24	19	16	14	12	11	9	7			
24	42	36	28	26	20	17	15	13	12	10	8	6		
26	44	38	30	28	21	18	16	14	13	11	9	7		
28	46	40	32	30	22	19	17	15	14	12	10	8	6	
30	48	42	34	32	23	20	18	16	15	13	11	9	7	
32	50	44	36	34	24	21	19	17	16	14	12	10	8	6
34	52	46	38	36	25	22	20	18	17	15	13	11	9	7
36	54	48	40	38	26	23	21	19	18	16	14	12	10	8
38	56	50	42	40	27	24	22	20	19	17	15	13	11	9
40	58	52	44	42	28	25	23	21	20	18	16	14	12	10
42	60	54	46	44	29	26	24	22	21	19	17	15	13	11
44	62	56	48	46	30	27	25	23	22	20	18	16	14	12
46	64	58	50	48	31	28	26	24	23	21	19	17	15	13
48	66	60	52	50	32	29	27	25	24	22	20	18	16	14
50	68	62	54	52	33	30	28	26	25	23	21	19	17	15
52	70	64	56	54	34	31	29	27	26	24	22	20	18	16
54	72	66	58	56	35	32	30	28	27	25	23	21	19	17
56	74	68	60	58	36	33	31	29	28	26	24	22	20	18
58	76	70	62	60	37	34	32	30	29	27	25	23	21	19

Abbildung 1: Ausschnitt der Geometrietabelle aus DIN 5480-1 mit Beispielen empfohlener Module

Als sinnvolle Breite der Verbindung wird in DIN 5466-1 [1] das Verhältnis  $b/d_B = 0,6$  genannt. Bei besonders hohen Querkraft- oder Biegebelastungen, sowie für gute Verschieblichkeit kann das Verhältnis größer gewählt werden. Bei reiner Drehmomentübertragung sind herunter zu 0,4 noch keine Tragfähigkeitseinbußen zu erwarten. Größere Querkräfte sollten von

der flankenzentrierten Zahnwellen-Verbindung aus Verschleißgründen fern gehalten werden. Grundsätzlich ist eine überwiegende Drehmomentbeanspruchung (Betriebsbereich III gemäß DIN 5466-1) anzustreben. Um dies zu erreichen, können separate Durchmesserzentrierung im Wellenkopf oder Zentriersitze seitlich der Verzahnung genutzt werden, womit aber die Problematik der Mehrfachpassung verschärft wird. Für Torionswechselbelastungen ergeben sich dadurch noch keine Vorteile, da auch mit den Durchmesserzentrierungen das Verdrehflankenspiel rotatorisch durchfahren werden kann. An dieser Stelle sei auf einen weiteren Parameter, die Flankenpassung hingewiesen. Es kann der gesamte Bereich von Spielpassung bis Presssitz gewählt werden. Hierbei spielen funktionsbedingte Vorgaben, z.B. Schieberad-Verbindung, oder aber der Wunsch das Verschleißrisiko durch Eingrenzung der Relativbewegungen zu minimieren eine Rolle. Die Varianten mit Presssitz haben Vorteile bei der Übertragung von Wechselmomenten, da hier kein Verdrehspiel vorhanden ist, dies bedeutet aber auch eine erschwerte Montage.

Die nächste gestalterische Einflussnahme ist am Verzahnungsauslauf gegeben. Es kann ein gebundener Auslauf, d.h. Wellenzahnkopfdurchmesser = Wellendurchmesser, oder ein freier Auslauf, d.h. Wellenzahnfußdurchmesser geringfügig größer als der Wellendurchmesser, realisiert werden. Diese Entscheidung ist nicht selten durch die Umgebungs konstruktion beeinflusst. Das Festigkeitsverhalten kann durch folgende zwei positive Aussagen beschrieben werden:

- Bei gleichem Wellendurchmesser ist der freie Auslauf die tragfähigere Variante
- Bei gleichem Wellenzahnkopfdurchmesser ist der gebundene Auslauf tragfähiger

Einen weiteren Variationsparameter stellt der in DIN/ISO 4156 flexible Flankenwinkel dar. Übliche Varianten sind die Winkel 20°, 30°, 37,5° und 45°. DIN 5480 ist auf 30° fokussiert. Dickwandige Naben bis herunter zum Verhältnis  $d_{e2}/d_B = 1,3$  haben keinen bevorzugten Flankenwinkel. Bei den technisch relevanten dünneren Naben, zeigt die 30°-Variante das günstigste Verhalten. Bei 20° wachsen die Zahnfußbiegeanteile und oberhalb 30° wird die wachsende Radialkomponente der Flankenkraft wirksam. Die 20°-Variante ist also besonders unter Fertigungsgesichtspunkten in Kombination mit einer Laufverzahnung auf einer Welle nutzbar. Die 45°-Variante macht grundsätzlich eine dickwandige Nabe ( $d_{e2}/d_B > 1,3$ ) notwendig. Bezüglich der Wellenbeanspruchungen sind keine signifikanten Unterschiede der Flankenwinkelvarianten in den Vergleichsspannungen nach v. Mises vorhanden.

Als weitere, etwas tiefer gehende, Variationsmöglichkeiten zur Leistungssteigerung bieten sich z.B. Flankenlinienkorrekturen in Form von Endrücknahmen oder Balligkeiten an, siehe dazu auch [4]. In Abbildung 2 ist die Wirkung der Flankenlinienkorrektur am Beispiel der Flankenpressung unter identischen Last- und Werkstoffannahmen zu sehen, die Drehmomenteinleitung befindet sich jeweils rechts oben. Links mit gerader Flankenlinie, die Streckgrenze wird deutlich überschritten (graue Bereiche). Rechts mit Flankenlinienkorrektur nach [4], die Beanspruchungsspitzen lassen sich dadurch auf ca. 1/3 reduzieren.

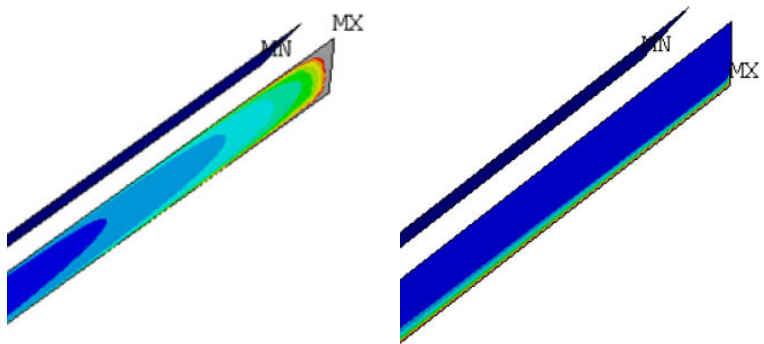


Abbildung 2: Flächenpressungsvergleich bei identischer Drehmoment-last, links ohne Flankenlinienkorrektur, rechts mit Korrektur nach [4]

### 3 Auslegung der Verbindung

Nachdem grundlegende Gedanken zur Gestaltung der Zahnwellenverbindung im vorangegangenen Kapitel diskutiert wurden, sollen hier ein paar kurze Gedanken zur rechnerischen Auslegung der Verbindung aufgezeigt werden. Grundsätzlich ist die Gestaltfestigkeit der Verbindung unter den erwarteten Betriebslasten nachzuweisen. Dazu ist die im nachfolgenden Kapitel dargestellte kombinierte Vorgehensweise nach DIN 5466 [1] und FKM-Richtlinie [3] geeignet. Alternativ kann mit mehr Aufwand eine spezifische FEM-Berechnung durchgeführt werden und daraus der FKM-Nachweis gespeist werden. Als dritte aufwändigste und aussagekräftigste Alternative bleibt der Bauteilversuch zu nennen, so wie er am IMW für den Abgleich der Berechnungen durchgeführt wurde. Neben all diesen grundsätzlichen Festigkeitsnachweisen kann es in einigen

Fällen notwendig sein eine Abschätzung der Nutzungsdauer unter teilweise auftretendem Verschleiß anzustellen.

Der in Abbildung 3 dargestellte Beanspruchungsverlauf zeigt den kritischen Nachweispunkt im Zahnfuß der Lastflanke auf, hier herrschen hohe Zugspannungen. Auf der anderen Zahnfußseite sind, bei voller Ausrundung, geringe Zugspannungen oder, im Fall des normalen flachen Fußkreises, geringe Druckspannungen vorhanden. Daraus ergeben sich folgende Konsequenzen für die Auslegung:

- Bei Wechseltorsion muss mit dem Spannungshub zwischen rechtem (Zugspannung) und linkem (Druckspannung) Zahnfußspannungswert gerechnet werden
- Die Auswirkungen der Zugspannung im rechten Zahnfuß können durch Druckeigenspannungen, z.B. durch Kaltumformen der Verzahnung, erheblich gemildert werden

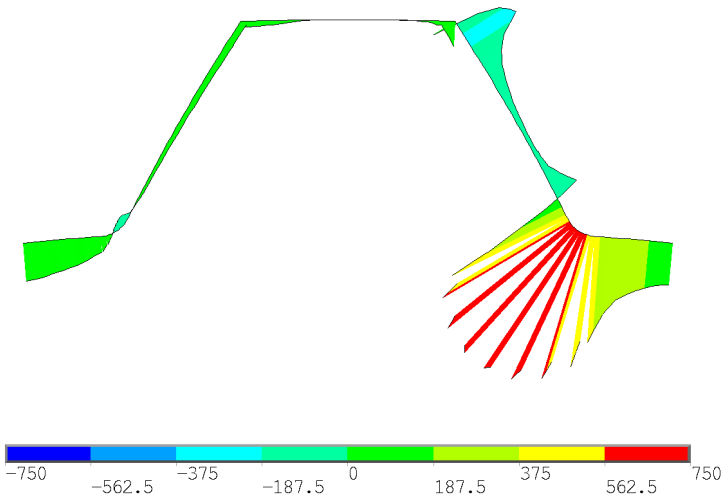


Abbildung 3: Beispielhafte Beanspruchungsverteilung über der Zahnkontur eines Wellenzahns bei flacher Fußausrundung ( $\rho = 0,16m$ ) mit reiner Drehmomentbelastung auf der rechten Wellenzahnflanke.

#### 4 Entwicklungen in der Berechnungsnorm DIN 5466

Die Berechnungsnorm für Zahn- und Keilwellenverbindungen, DIN 5466, besteht aus einem ersten Grundlagenteil DIN 5466-1, der die Theorie, Vorgehensweise und allgemeine Formeln zur Tragfähigkeitsberechnung von Passverzahnungen unterschiedlichster

Profilgeometrie beschreibt. Die, abhängig von der Profilgeometrie, konkret einzusetzenden Faktoren sind für die Geometrie nach DIN 5480 in DIN 5466-2 angegeben. Dieser Teil 2 (DIN 5466-2) ist aktuell zurückgezogen und in der Überarbeitung. Die im Teil 2 angegebenen Faktoren wurden, Ende der 90er Jahre, auf Basis linear-elastischer FEM-Kontakt-Parameterberechnungen ermittelt. Als Ergebnis davon gaben die Berechnungen mit diesen Faktoren nach DIN 5466-2 die bei linearelastischem Materialverhalten typisch hohen Kantenspannungen als Maximallasten wieder. Die Ergebnisse konnten nicht mit gängigen Werkstoffgrenzwerten verglichen werden. Ein erster Versuch das teilplastischen Werkstoffverhalten innerhalb dieser elementspezifischen Berechnungsnorm zu integrieren, erwies sich als wenig nachhaltig und wurde daher verworfen, was zur Zurückziehung des Teils 2 führte. Mittlerweile ist die numerische Simulationstechnik verfeinert worden und es wurden damit umfangreiche Parameterstudien neu durchgeführt, die in Abstimmung mit den in nennenswerter Zahl gefahrenen experimentellen Untersuchungen einerseits zur Definition neuer Werte für die Geometriefaktoren führte und andererseits eine klare Trennung zwischen der Beanspruchungsberechnung in der DIN 5466 und dem anschließenden Tragfähigkeitsnachweis nach dem örtlichen Konzept der FKM-Richtlinie ermöglichte.

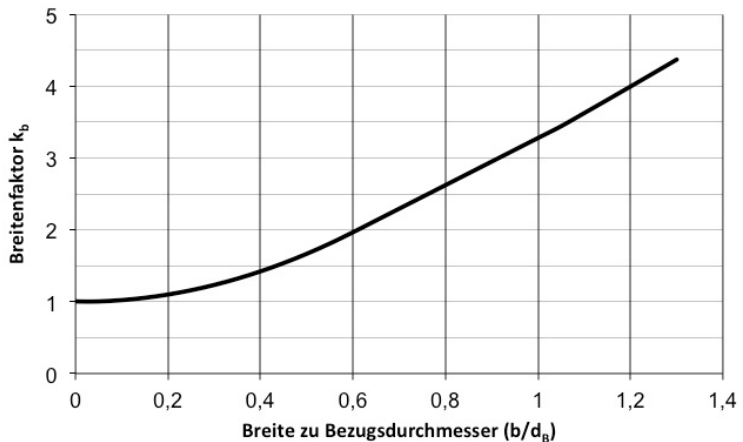


Abbildung 4: Abhängigkeit des Breitenfaktors am Beispiel einer Verbindung DIN 5480 – 45x2x30x21

Zwei wesentliche Punkte im Berechnungsgang nach DIN 5466 sind die Lastverteilungen über dem Verbindungsumfang und der Verbindungsbreite. Als ein Ergebnis der Überarbeitung ist nachfolgend der Verlauf des Breitenfaktors  $k_b$  für eine Verbindung

DIN 5480 – 45x2x30x21 dargestellt. Im Vergleich dazu betrug der Breitenfaktor in der alten Version für  $b/d_B = 0,4$ ,  $k_b = 2,4$  und für  $b/d_B = 1$ ,  $k_b = 5,7$ .

## **5 Festigkeitsnachweis in Kombination mit der FKM-Richtlinie**

Mit der DIN 5466 werden, entsprechend ihrer Entwicklungsphilosophie, die Maximalbeanspruchungen in der Verzahnung (z.B. Zahnfußspannung an der Nabenkante) berechnet, so wie dies auch in einer separaten FEM-Berechnung ausgewertet würde. Wie bereits am Ende des Kapitels 3 beschrieben, sind hier bei Wechseltorsionsbelastung ggf. unterschiedliche Zahnfußseiten auszuwerten. Bei den Spannungswerten handelt es sich also um lokale Spannungswerte, die entsprechend im „Örtlichen Konzept“ der FKM-Richtlinie weiter verwendet werden. Für den allgemeinen Fall der dynamischen Belastung muss die Berechnung nach DIN 5466 für die Ober- und Unterlast und ggf. die Mittellast nacheinander durchgeführt werden. Die so berechneten Schub- und Normalspannungswerte der unterschiedlichen Lastfälle werden dann in den FKM-Berechnungsgang übernommen. Die Werkstoffkennwerte werden wie gewöhnlich aus dem Anhang (Kap 5) der FKM-Richtlinie entnommen und nach Kap 3.2 umgerechnet.

Neben den örtlichen Spannungswerten werden durch die Berechnung nach DIN 5466 auch die entsprechenden bezogenen Spannungsgefälle bereitgestellt. Der Ansatz des „Plastischen Flecks“ im Kapitel 3.3 der FKM-Richtlinie konnte bislang noch nicht zufriedenstellend auf die Zahnwellen angewendet werden. Gleiches gilt auch für die „Werkstoffmechanische Stützzahl“ nach Kapitel 4.3 der FKM-Richtlinie. In beiden Fällen sind Annahmen zu treffen, für die bislang noch keine stabilen Ansätze für die Zahnwellen- Geometrie gefunden werden konnten. Die klassische Berechnung der Stützzahlen nach Stieler in Kapitel 4.3.1 der FKM-Richtlinie funktioniert dagegen zuverlässig.

Für kaltgewalzte Verzahnungen wird einerseits in DIN 5466 der vergrößerte Fußradius berücksichtigt und mit Formel 4.3.28 aus der FKM-Richtlinie auch die Randschichtverfestigung. Mit den bislang durchgeführten Berechnungen und Versuchen, kann die Anwendung eines mittleren  $K_v$ -Wertes von 1,5 empfohlen werden. Der restliche Berechnungsablauf nach FKM-Richtlinie bis hin zum Nachweis für zusammengesetzte Spannungen nach Kapitel 4.6 kann dann normal abgearbeitet und ausgewertet werden. Die vollständige Darstellung der Berechnung nach DIN 5466 und FKM-Richtlinie konnte an dieser Stelle aus Platzgründen nicht erfolgen, ist aber mit den beiden

Literaturstellen [1] und [3] sowie den Hinweisen dieses Beitrags nachvollziehbar.

## **6 Zusammenfassung**

Die ständige Weiterentwicklung der numerischen Berechnung von Passverzahnungen am IMW und die parallel dazu durchgeführten Bauteilversuche erlauben einerseits eine immer genauere Auslegung dieser Verbindung und zeigen andererseits gezielte Optimierungsmöglichkeiten mit Ihren Potentialen auf. Als Ergebnis davon konnten die analytischen Berechnungsansätze geschärft und in Bezug auf Fertigungseinflüsse und Geometrievarianten erweitert werden. Für den abschließenden Festigkeitsnachweis wurde die Kopplung der zahnwellenspezifischen Beanspruchungsberechnungen in Anlehnung an DIN 5466 mit der FKM-Richtlinie für Maschinenbauteile vorgestellt.

## **7 Literatur**

- /1/ DIN 5466: Tragfähigkeitsberechnungen von Zahn- und Keilwellenverbindungen, Deutsches Institut für Normung, Berlin, Beuth-Verlag, 2000
- /2/ DIN 743: Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen, Teil 1 bis 3, Deutsches Institut für Normung, Berlin, Beuth-Verlag, 2008
- /3/ FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile. 6. Auflage, Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM), Frankfurt/Main, VDMA-Verlag 2012
- /4/ Schäfer, G.: Gleichmäßigkeit zur Leistungssteigerung. IMW TU Clausthal, Institutsmitteilung Nr. 25, 2000, [http://www.imw.tu-clausthal.de/fileadmin/Bilder/Forschung/Publikationen/Mitt\\_2000/2000\\_023\\_schaefer.pdf](http://www.imw.tu-clausthal.de/fileadmin/Bilder/Forschung/Publikationen/Mitt_2000/2000_023_schaefer.pdf)