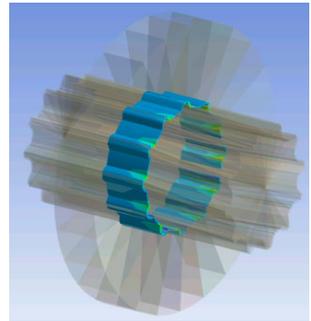


Optimierungsmöglichkeiten von Lauf- und Steckverzahnungen



Arslan, G.

Am Institut für Maschinenwesen ist eine neue Modellierungstechnik zur Erstellung von Zahnradern entwickelt worden, die die Möglichkeiten eröffnet, die Fußausrundung von Lauf- und Steckverzahnungen um alternative Formen zu erweitern. Mit den alternativen Fußausrundungsformen an Lauf- und Steckverzahnungen werden FE-Analysen durchgeführt, um das Optimierungspotenzial zu erkennen.

At the Institute of Mechanical Engineering a new modelling technique for gears have been developed, allowing the extension of root fillet of running gears and plug-in toothing connections for alternative forms. With the alternative root fillet forms on running gears and plug-in toothing connections numerical calculations are done to recognize optimisation potential.

1 Einleitung

Verzahnungen stellen in Antriebsmaschinen nach wie vor das wichtigste Maschinenelement dar. Die Leistungsdichte in Antriebssträngen nimmt heutzutage immer mehr zu. Die Leistungszunahme darf nicht einhergehen mit der Zunahme der Baugröße. Verzahnungen werden formschlüssig zur Drehmomentenübertragung eingesetzt. Verzahnungen, die in Welle-Nabe-Verbindungen eingesetzt werden, werden als Zahnwellen bzw. Steckverzahnungen bezeichnet. Eine andere Bezeichnung für Stirnrad ist Laufverzahnung.

Eine der begrenzenden Faktoren bei der Auslegung von Lauf- und Steckverzahnungen ist der Zahnfußbruch. Zur Bestimmung der Zahnfußbiegespannung bei Laufverzahnungen nach DIN 3990 Methode B sind u.a. die beiden Faktoren Y_F und Y_S von großer Bedeutung. Der Formfaktor Y_F beschreibt die Form des Zahnes und der Spannungsinzitätsfaktor Y_S die Spannungsüberhöhung durch die Fußausrundung. Diese Faktoren können nur durch Kenntnis der Gegenverzahnung ermittelt werden. Bei der Methode C werden diese beiden Faktoren zusammen betrachtet. Der gemeinsame Faktor wird als Kopffaktor Y_{FS} bezeichnet. Obwohl die Zahnfußspannung nach Methode C höher ausfällt aufgrund der Krafterleitung am Zahnkopf, lässt sich

mit dieser Methode die Kerbwirkung einfacher beurteilen. Bei der DIN 3990 wird von einer kreisbogenförmigen Fußausrundung ausgegangen. Diese Annahme stimmt bei der Zahnradsfertigung im Abwälzverfahren nicht. Bei der Fertigung nach dem Formverfahren kann jede beliebige Fußausrundungsform eingestellt werden. Es ist allgemein bekannt, dass eine elliptische Fußausrundung die Kerbwirkung mindern kann. Es liegen bisher keine Arbeiten vor, die diesen Effekt systematisch untersucht haben.

In diesem Artikel werden alternative Fußausrundungen wie kreisbogenförmige und elliptische Fußausrundungen nach dem Formverfahren beschrieben. Diese Fußausrundungsformen sind im 3D-Modell abgelegt. Das CAD-Modell des Stirnrads besteht aus einem Grundwerkstoff und einer zusätzlichen Härteschicht. Die Modellierung der Härteschicht hat zwei Vorteile: zum einen wird sie für eine bessere, feinere Vernetzung verwendet, zum anderen kann die Härteschicht bei Bedarf mit Härte- bzw. Festigkeitskennwerten versehen werden. Über die parametrisch-assoziative Schnittstelle der Ansys Workbench werden drei Zähne vernetzt. Der mittlere Zahn wird über die Kopfkante mit einer Linienlast beaufschlagt. Die Fixierung der Verzahnung erfolgt über die seitlichen Flächen des ersten und des dritten Zahnes. Danach werden Parameterstudien über Normalmodul, Eingriffswinkel, Zähnezahl, Profilverschiebungsfaktor, Fußkreis- und Nutfußkreisdurchmesser durchgeführt. Das Ergebnis dieser Arbeit ist, den Anwendern Diagramme zur Verfügung zu stellen, welche die Kerbwirkung von geradzahnten Stirnrädern mit alternativen Fußausrundungen nach dem Formverfahren beschreibt.

Nach den Untersuchungen an Laufverzahnungen werden an einer Steckverzahnung mit elliptischer Fußausrundung numerische Untersuchungen durchgeführt.

2 Parametrisches Zahnradmodell

Die Grundlage der neuen Modellierungstechnik bildet die geometrische Beschreibung der Zahnhälftenkontur durch eine endliche Anzahl von Punkten. Der Halbzahn besteht aus den Bereichen Fußkreisgrund, Fußausrundung, Tangente, Zahnflanke und –kopf. Die mathematische Beschreibung des Halbzahnes ist aus [1] entnommen worden. Die Oberfläche des erstellten Halbzahnes besteht aus 66 Punkten, dessen Aufteilung im Folgenden erklärt wird:

- 6 Punkte für den Fußkreisgrund
- 30 Punkte für die Fußausrundung
- 2 Punkte für die Tangente
- 25 Punkte für die Flanke
- 3 Punkte für die Kopfkante

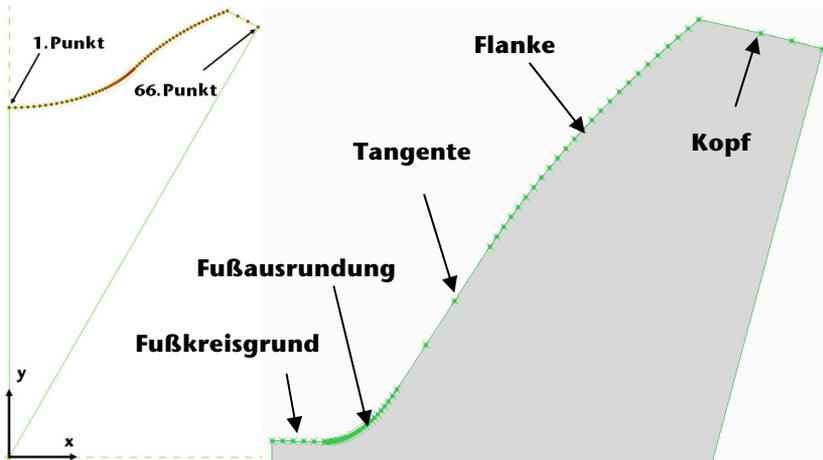


Abbildung 1: Bereiche der Verzahnungskontur

Die Punkte im Zahnkopfbereich und im Bereich zwischen Fußkreisgrund und Flanke sind über Splines miteinander verbunden. Der Anfang und das Ende der Zahnkontur sind mit dem Ursprung über Linien miteinander verbunden. Die Zahngeometrie wird über dreizehn Parameter gesteuert, die im Folgenden aufgelistet werden:

- 1) m_n [mm]: Normalmodul
- 2) z [-]: Zähnezahl
- 3) α_n [°]: Eingriffswinkel
- 4) X [-]: Profilverschiebungsfaktor
- 5) d_f [mm]: Fußkreisdurchmesser
- 6) d_{Nf} [mm]: Nutzfußkreisdurchmesser
- 7) d_p [mm]: Freier Parameter für den Auslauf der Verzahnung an die Flanke
- 8) d_a [mm]: Kopfkreisdurchmesser
- 9) φ_f [°]: Versatzwinkel
- 10) t_{HS} [mm]: Härteschichtdicke
- 11) b [mm]: Zahnbreite
- 12) FL [-]: Zahnflankenform
- 13) FU [-]: Zahnfußausrundungsform

Mit dem Parameter φ_f kann entschieden werden, ob die Fußausrundung voll- oder teilrund ausgeführt werden soll. Vollrunde Fußausrundung liegt dann vor, wenn die Verzahnung von der Mitte der Zahnflanke beginnt und der Auslauf auf der Zahnflanke endet. In Abbildung 1 links und in Abbildung 2 ist dieser Sachverhalt deutlich zu

erkennen. Teilrunde Fußausrundung ist in der Abbildung 1 rechts zu erkennen. Eine weitere Besonderheit des Modells ist, der tangentialer Übergang von der Zahnflanke auf die Fußausrundung. Tangentialer Übergang kann eingesetzt werden, wenn der Auslauf der Fußausrundung nicht am Nutfußkreisdurchmesser erfolgen kann.

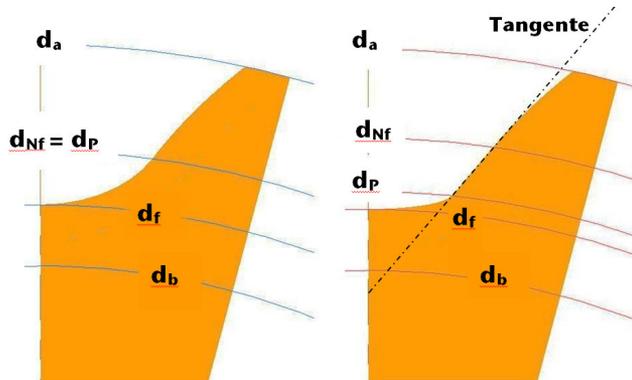


Abbildung 2: Relevante Durchmesser der Verzahnung

Beim Modellieren des Zahnrades wird der Anwender aktiv eingebunden. Die Vorgehensweise zur Erstellung des Zahnrades wird im Flussdiagramm in Abbildung 3 dargestellt. Der Anwender beginnt zuerst mit der Auswahl der Zahnflankenform. Im aktuellen Entwicklungsstand ist die Evolventenflanke implementiert, jedoch kann das Modell kann zu einem späteren Zeitpunkt um weitere Flankenformen erweitert werden. Nachdem der Zahnflankenform gewählt worden ist, werden mit den oben aufgeführten Hauptparametern, die Hilfsparameter berechnet. Das Programm errechnet aus den Eingaben des Anwenders, ob ein tangentialer Übergang auftritt. Ist ein tangentialer Übergang vorgesehen, so werden alle Koordinatenpunkte des Flanken- und Kopfbereichs bestimmt und berechnet.

Danach muss der Anwender die Entscheidung über die Zahnfußausrundungsform treffen. Im aktuellen Modell sind zwei verschiedene Ausrundungsgeometrien umgesetzt: elliptische und kreisbogenförmige Zahnfußausrundung. Es können noch weitere Geometrieformen wie z.B. Potenz, Zugdreieck-Methode, etc. implementiert werden. Ist eine vollrunde Fußausrundung vorgesehen, so wird $\varphi_F = 0$ gesetzt. Nachdem die Punkte im Skizzier-Modus für die ausgewählte Zahngeometrie berechnet worden sind, wird nach der Regenerierung das 3D-Modell erzeugt. Das 3D-Modell einer Steckverzahnung ist in Abbildung 4 dargestellt.

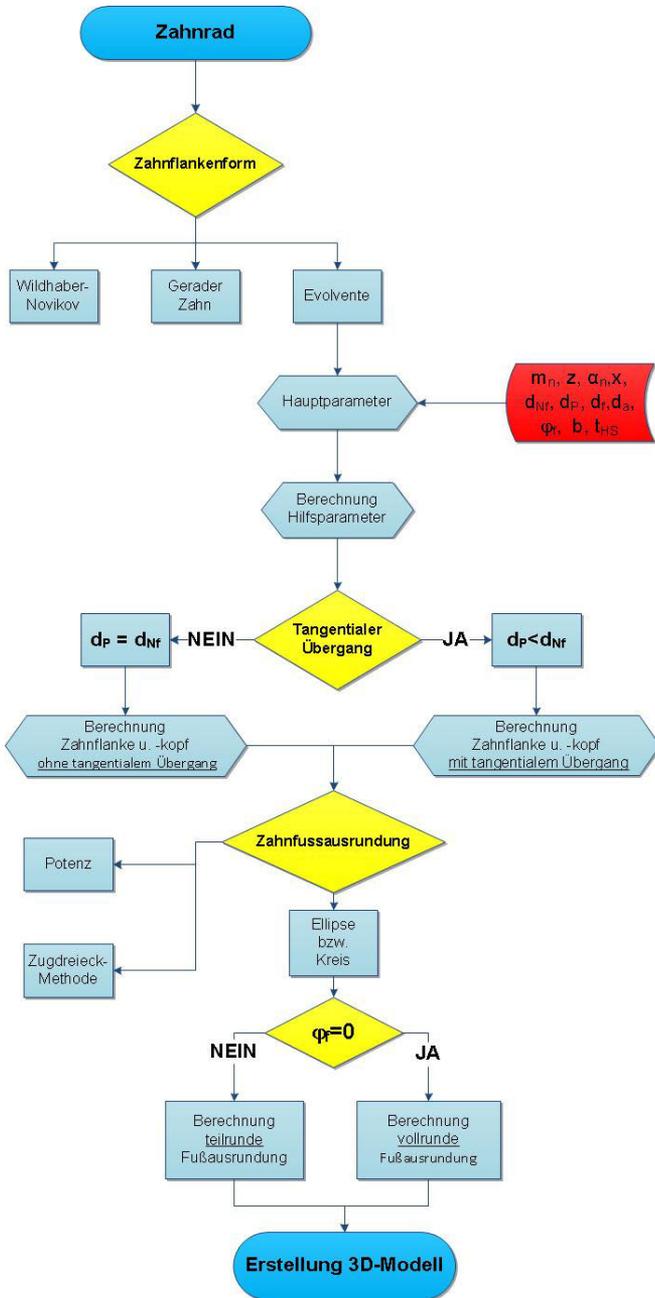


Abbildung 3: Flußdiagramm des 3D-Zahnradmodells /3/

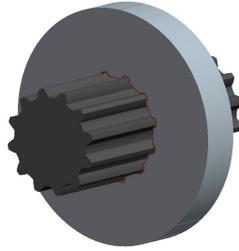


Abbildung 4: CAD-Modell einer Steckverzahnung

An dieser Stelle wird das CAD-Modell der Zahngeometrie um eine Härteschicht erweitert, siehe Abbildung 5. In der Härteschicht treten die Hauptbelastungen auf. Dieser Bereich kann für die Feinvernetzung der Verzahnung ausgenutzt werden. Beim Grundwerkstoff wird dagegen eine Grobvernetzung vorgenommen, da die Belastungen in diesem nicht von großer Bedeutung sind. Des Weiteren kann bei Bedarf der Härteschicht die real vorliegenden Materialkennwerte zugewiesen werden. Zur Modellierung der Härteschicht ist ein zusätzlicher Parameter t_{HS} aufgenommen worden, welcher die Dicke der Härteschicht beschreibt. Das CAD-Modell ist als eine Baugruppe konzipiert, bestehend aus dem Grundwerkstoff und der Härteschicht. Wenn der Anwender die oben genannten dreizehn Parameter mit dem zusätzlichen Parameter für Härteschicht dem Verzahnungsmodell zuweist, die Konsistenz der Verzahnungsdaten vorausgesetzt, erstellt das CAD-Programm Creo das Verzahnungsmodell.

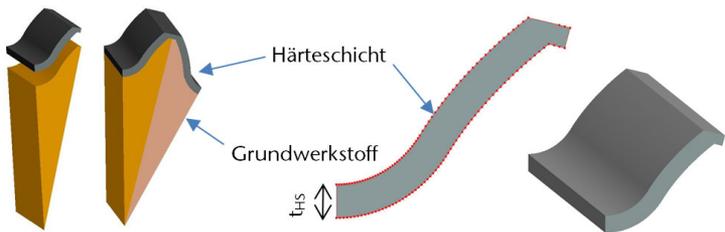


Abbildung 5: Grundwerkstoff und Härteschicht des Modells

3 Laufverzahnungen

Zur Bewertung der kreisbogenförmigen und elliptischen Fußausrundung von Laufverzahnungen werden numerische Untersuchungen

durchgeführt. In Abbildung 6 ist das Ergebnis der Vernetzung und die Aufbringung der Randbedingungen zu sehen. In Abbildung links ist die Härteschicht sehr fein vernetzt, der Grundwerkstoff dagegen grob. Der Kraftangriff erfolgt tangential über die gesamte Kopfkante. Die seitlichen Flächen des dreizahnigen Bauteils sind fest fixiert. Für die numerischen Berechnungen wurde Ansys Workbench eingesetzt. Den Rechnungen liegt linear-elastisches Materialverhalten zugrunde, da das Augenmerk auf der Kerbwirkung liegt. Auf der Zugseite sind die maximalen Hauptspannungen in der Fußausrundung zu sehen, siehe Abbildung 6 rechts.

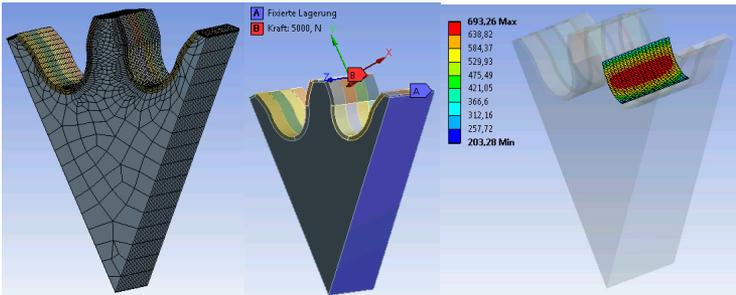


Abbildung 6: Vernetzung und Randbedingungen der Laufverzahnung

Die Kerbwirkung von Laufverzahnungen kann mit dem dimensionslosen Kopffaktor Y_{FS} nach DIN 3990 Methode C gut bewertet werden. In der DIN 3990 sind Y_{FS} -Diagramme in Abhängigkeit vom Bezugsprofil, Profilverschiebungsfaktor und Zähnezahl angegeben. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die Fußausrundungen im Abwälzverfahren hergestellt werden.

Der numerische Kopffaktor $Y_{FS,FEM}$ kann nach folgender Gleichung ermittelt werden:

$$Y_{FS,FEM} = \sigma_{F,FEM} \cdot \frac{b \cdot m_n}{F_t},$$

wobei die Zahnfußspannung $\sigma_{F,FEM}$ aus der FE-Berechnung, die Zahnbreite b und der Normalmodul m_n aus den Geometriedaten zu entnehmen ist. Die Zahnnormalkraft F_t beträgt 5kN.

In Abbildung 7 sind die Kopffaktoren für Laufverzahnungen mit kreisbogenförmiger Fußausrundung im Formverfahren eingetragen. Der Profilverschiebungsfaktor x beträgt -0,5, der Normalmodul m_n 3mm. Der Übergang der Fußausrundung in die Zahnflanke beim Abwälzverfahren erfolgt am Fußformkreisdurchmesser. Der Betrag des Nutzfußformkreisdurchmessers d_{Nf} ist gleich dem des Fußformkreisdurchmessers

d_{ff} . Somit wird gewährleistet, dass der zur Verfügung stehende Fußausrundungsort bei beiden Verfahren gleich groß ist. Der Fußkreisdurchmesser kann bei gleicher Flankengeometrie verschieden sein. In Abbildung 7 ist der Einfluss des Eingriffswinkels zu sehen. Beim Abwälzverfahren nimmt mit zunehmendem Eingriffswinkel der Kopffaktor ab. Im Abwälzverfahren tritt beim Unterschreiten einer Grenzzähnezahl Unterschnitt auf, der die Kerbwirkung negativ erhöht. Bei Verzahnungen, die im Formverfahren hergestellt werden, kann sich kein Unterschnitt einstellen. Aus diesem Grund sind die Kopffaktoren von Verzahnungen mit mehr als 5 Zähnen aufgeführt. Die Kopffaktoren von den Verzahnungen mit kreisbogenförmiger Fußausrundung fallen im Bereich kleiner Zähne wesentlich kleiner aus.

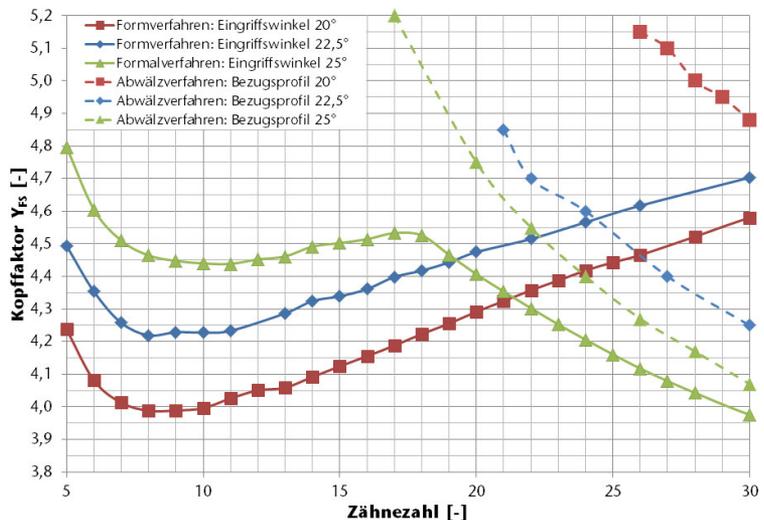


Abbildung 7: Einfluss des Eingriffswinkels auf den Kopffaktor von Verzahnungen

Aus Abbildung 8 kann entnommen werden, dass der Einfluss des Normalmoduls vernachlässigt werden kann. Der Profilverschiebungsfaktor x ist $-0,5$.

Im nächsten Schritt steht der Einfluss der elliptischen Fußausrundung im Vordergrund. In Abbildung 9 sind die Kopffaktoren von Verzahnungen mit Normalmodul m_n 3mm und Normaleingriffswinkel α_n 20° dargestellt. Der Kopffaktor der elliptischen Fußausrundung im Formverfahren ist über den gesamten Bereich deutlich geringer.

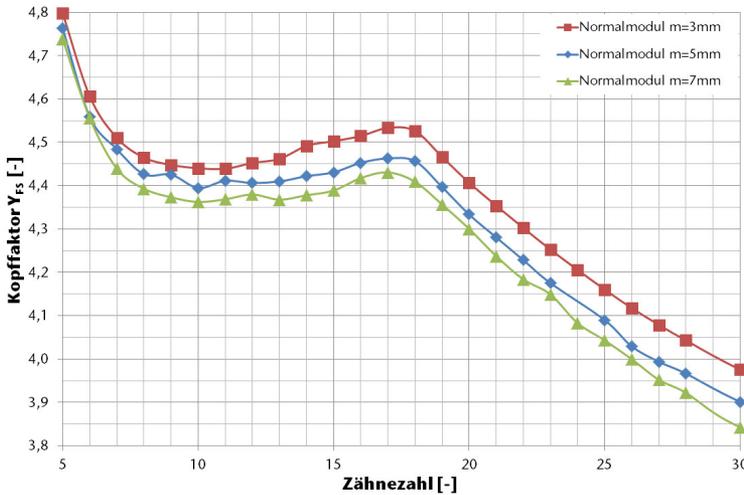


Abbildung 8: Einfluss des Normalmoduls auf den Kopffaktor für kreisbogenförmige Fußausrundung im Formverfahren

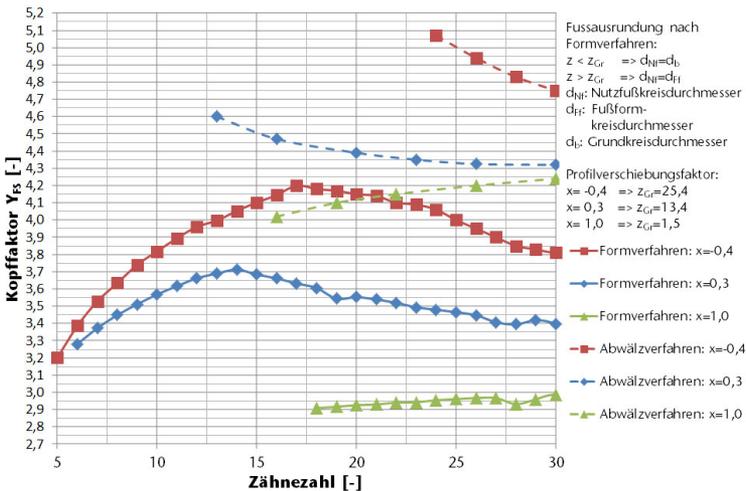


Abbildung 9: Einfluss des Profilverschiebungsfaktors auf den Kopffaktor für elliptische Fußausrundung im Formverfahren

4 Steckverzahnungen

Die Zahnwellenverbindung nach DIN 5480- 28 x 2 x 2, die reines Drehmoment von 500 Nm übertragen muss, erfährt eine Zahnfußspannung von ca. 542 MPa. Am Beispiel dieser Steckverzahnung soll gezeigt werden, wie die Zahnfußspannung durch eine elliptische Fußausrundung reduziert werden. In Abbildung 10 sind die Randbedingungen und das vernetzte Modell dargestellt. Die Fixierung der Steckverzahnung erfolgt einseitig auf der Stirnseite.

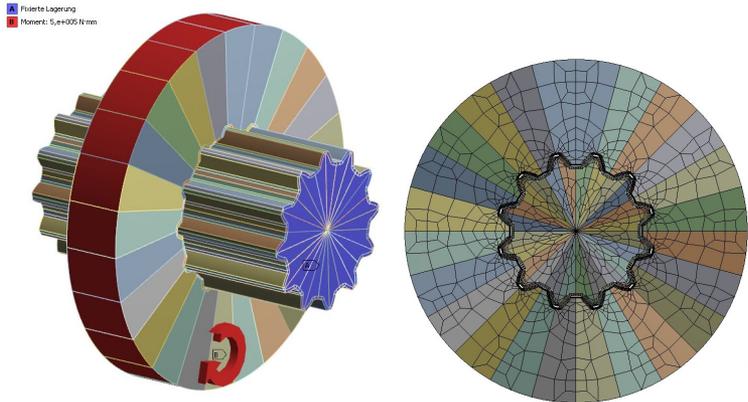


Abbildung 10: Vernetzung und Randbedingungen der Steckverzahnung /3/

Optimierungsort ist der Bereich zwischen Wellen-Fußkreisdurchmesser und Naben-Kopfkreisdurchmesser. Der Wellen-Fußkreisdurchmesser beträgt 21,44mm, der Naben-Kopfkreisdurchmesser 23mm. In Abbildung 11 sind für drei unterschiedliche Naben-Kopfdurchmesser der Wellen-Fußkreisdurchmesser zw. 19,8mm und 23,4mm variiert. Eine Spannungsreduzierung von ca. 10% wird für den Naben-Kopfdurchmesser von 24mm bei einem Wellen-Fußkreisdurchmesser von ca. 22,4mm beobachtet. Um ein Bild von der Fußausrundungsform zu haben, wird in Abbildung 12 dem Wellen-Fußkreisdurchmessern von Abbildung 11 der dimensionslose Parameter b_E/a_E zugeordnet. b_E und a_E sind die Halbachsen der Ellipsen. Für die hier betrachtete Steckverzahnung ist der optimale Parameterwert ca. 0,8. Die kreisbogenförmige Fußausrundung liegt dann vor, wenn der dimensionslose Ellipsenparameter $b_E/a_E=1$ ist. Auch sie führt zur Spannungsreduzierung im Vergleich zur ausgeführten Fußausrundung nach DIN 5480.

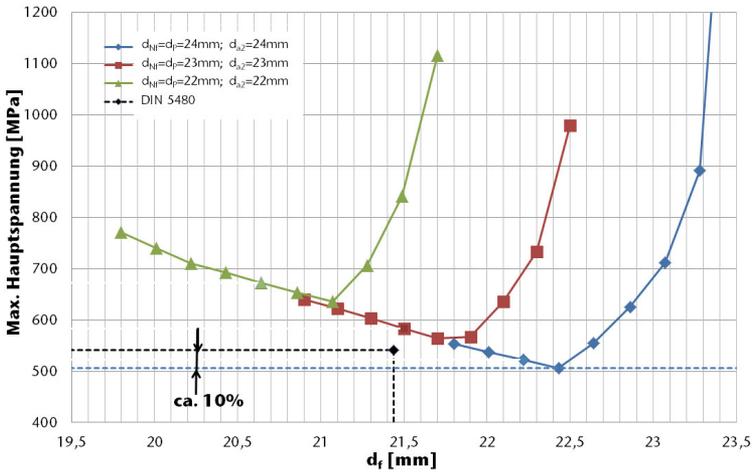


Abbildung 11: Einfluss des Wellen-Fußkreisdurchmessers auf die Zahnfußspannung

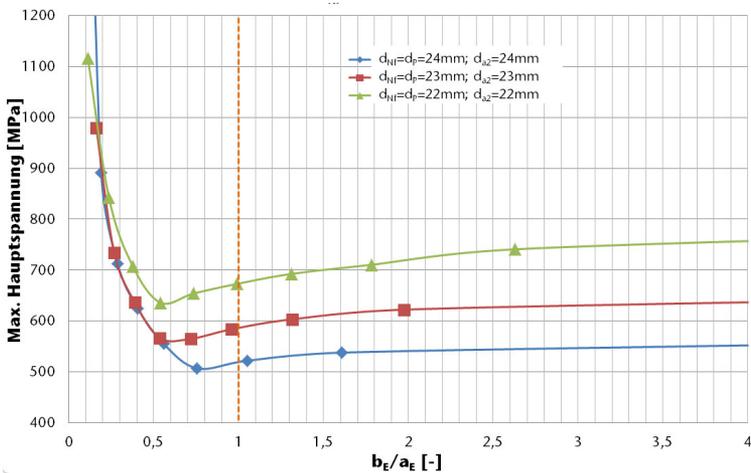


Abbildung 12: Einfluss der elliptischen Fußausrundung auf die Zahnfußspannung

5 Zusammenfassung

Am Institut für Maschinenwesen ist eine neue Modellierungstechnik zur Erstellung von Zahnrädern entwickelt worden. Sie erlaubt, dass in einem einzigen CAD-Modell unterschiedliche Zahnflanken- und Fußausrundungsformen dargestellt werden können. Zurzeit sind die

Evolventenflanke und die kreisbogenförmige und elliptische Fußausrundung implementiert. Mit diesen Neuerungen sind numerische Untersuchungen zur Optimierung der Zahnfußbiegespannung an Lauf- und Steckverzahnungen durchgeführt worden. Es konnte gezeigt werden, dass die Kerbwirkung an Laufverzahnungen deutlich reduziert werden kann. Es sollen für die kreisbogenförmige und elliptische Fußausrundung ausführliche Y_{F5} -Diagramme erstellt werden, wie in der DIN 3990. Es sollen auch alternative Fußausrundungen nach der Methode der Zugdreiecke in das Modell implementiert und untersucht werden.

6 Literatur

- /1/ DIN-Norm 3990 Teil 1-3: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern, Dez. 1987
- /2/ Arslan, G.: Interne Veröffentlichung, IMW, 2011
- /3/ Aksu, B.: Zahnwellenverbindung mit elliptischer Fußausrundung, Diplomarbeit TU Clausthal, 2012