Beanspruchungsverhalten und Lebensdauerabschätzung einer Welle zur Unterstützung der Lager eines Drehrohrofens

Hua, Q.

Drehrohröfen wurden in den letzten Jahren verstärkt zur Herstellung von Klinker in der Zementindustrie eingesetzt. Im Betrieb wird der Ofen über seine gesamte Länge durch zwei oder drei Stationen abgestützt. Die Wellen der Lagerstationen werden durch ein großes umlaufendes Biegemoment belastet. Nach einer bestimmten Anzahl von Lastspielen können Mikrorisse an der Welle bei hoch beanspruchten Stellen auftreten. Diese Risse vergrößern sich über der Lastspielanzahl und können am Ende zum Abbruch der Produktion führen. Zur Erhöhung der Lebensdauer solcher Wellen werden das Beanspruchungsverhalten und die Lebensdauerabschätzung untersucht.

Rotary kilns are being used widely for the production of cement clinker in the recent years. The kiln is based on bearing stations. So their axle is loaded under a heavy and oscillating bending moment. This leads to micro cracks, which are spread out along the axle. Due to that, the production of the whole plant could be stopped. In this paper, the state of stress and the lifetime prediction are researched.

1 Einführung

Die Lagerstation eines Drehrohrofens ist in **Bild 1** dargestellt. Das Gewicht des Ofenmantels, des Ofenfutters sowie des Klinkers im Ofen (insgesamt mehrere tausend Tonnen) wirkt von dem Haltring über die Flansche auf die Welle ein. Die Welle wird durch die Fest- und Loslager gestützt. Aufgrund von Reibung zwischen den Haltringen und den Flanschen dreht sich der Flansch mit dem Ofen zusammen.

Die Gestaltung der Lagerstation wird in **Bild 2** verdeutlicht. L_1 ist der Abstand zwischen den Stützlagern und den Flanschen, und L_2 ist die Breite der Flansche (auch für die Quertraktion der Radiallast auf die Welle).



Bild 1: Lagerstation an einem Drehrohrofen





2 Beanspruchungsverhalten

Die Lastübertragung zwischen dem Haltring des Ofens und der Lagerstation ist in folgendem **Bild 3** dargestellt. Der Flansch und die Welle haben das Gewicht G, und s ist der Anteil des Gewichtes aus dem Drehrohrofen.



Bild 3: Lastübertragung zwischen dem Haltring und der Lagerstation /1/

Das Gewicht G ist im Vergleich zur Radiallast s sehr klein und kann daher vernachlässigt werden. F_1 und F_2 sind Reibkräfte. Die Wirkungskraft N bildet mit dem Lot den Winkel α . Die Reibkraft F_1 beträgt

$$F_1 = \mu \cdot N \qquad \qquad \text{GI. (1)}$$

Die Kraftanteile in x- und y-Richtung nach Bild 3 erfüllen die folgenden Beziehungen:

$$2N \cdot \cos \alpha + F_2 \sin 30^\circ + 2F_1 \sin \alpha = s \cdot \cos \alpha + G$$

Gl. (2)

 $2N \cdot \sin \alpha = s \cdot \sin 30^\circ + 2F_2 \cdot \cos 30^\circ + 2F_1 \cdot \cos \alpha$ Gl. (3)

Für die Momente gilt folgende Beziehung:

$$F_2 \cdot r_2 = F_1 \cdot r_1 \qquad \qquad \text{Gl. (4)}$$

Hierbei sind r_1 der Radius der Welle, r_2 der Radius des Flansches.

Setzt man Gl. (4) in die Gl. (2) und Gl. (3), so erhält man für die Kraft F_1

$$F_1 = \frac{1}{2} \frac{s \cdot \sin 30^\circ}{\frac{1}{\mu} \cdot \sin \alpha + \frac{r_1}{r_2} \cdot \sin 30^\circ + \sin \alpha} \quad \text{Gl. (5)}$$

$$F_{1} = \frac{1}{2} \frac{s \cdot \sin 30^{\circ}}{\frac{1}{\mu} \cdot \sin \alpha - \frac{r_{1}}{r_{2}} \cdot \cos 30^{\circ} - \cos \alpha}$$
Gl. (6)

Aus Gl. (5) und Gl. (6) kann der Winkel α berechnet werden.

Nimmt man die Mittenlinie der Welle als z-Richtung, so erhält man die Kontraktion in x- und y-Richtung.

$$q_x(z) = \frac{s \cdot \sin 30^\circ + F_2 \cdot \cos 30^\circ}{L_2}$$
 GI. (7)

$$q_y(z) = \frac{s \cdot \sin 30^\circ + G - F_2 \cdot \sin 30^\circ}{L_2}$$
 Gl. (8)

Wegen der Symmetrie der Lagerstation muss nur eine Hälfte der Welle untersucht werden. Laut Konvention beträgt die Koordinate des Stützlagers z = 0. So erhält man den Momentverlauf in Axialrichtung für den Bereich $0 \le z \le L_1$ der Welle

$$M_{x}(z) = (N \cdot \sin \alpha - F_{1} \cdot \cos \alpha) \cdot z \qquad \text{GI. (9)}$$

$$M_y(z) = (N \cdot \cos \alpha + F_1 \cdot \sin \alpha) \cdot z$$
 GI. (10)

$$T(x) = F_1 \cdot r_1 \qquad \qquad \text{Gl. (11)}$$

Für den Bereich $L_1 \leq z \leq L_2/2$ der Welle

$$M_x(z) = (N \cdot \sin \alpha - F_1 \cdot \cos \alpha) \cdot z - \frac{1}{2} \cdot q_x (z - L_1)^2$$

Gl. (12)

$$M_{y}(z) = \left(N \cdot \cos \alpha + F_{1} \cdot \sin \alpha\right) \cdot z - \frac{1}{2} \cdot q_{x} \left(z - L_{1}\right)^{2}$$

Gl. (13)

$$T(x) = F_1 \cdot r_1 - \frac{F_2 \cdot r_2}{L_2} (z - L_1)$$
 GI. (14)

Das gesamte Biegemoment in dem Querschnitt erfolgt aus Gl. (9) bis Gl. (14)

$$M(z) = \sqrt{M_x^2(z) + M_y^2(z)}$$
 GI. (15)

Die maximale Biege- und Schubspannungen befinden sich an der Oberfläche der Welle und betragen

$$\sigma_{\max} = \frac{4 \cdot M_{\max}(z)}{\pi \cdot r^3} \qquad \qquad \text{GI. (16)}$$

$$\tau_{\max} = \frac{2 \cdot T_{\max}(z)}{\pi \cdot r^3}$$
 GI. (17)

 M_{max} und T_{max} sind nach Gl. (15) das maximale Biegemoment und die maximale Torsion auf die Welle.

Die Vergleichsspannung an den kritischen Stellen ergibt sich nach der Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) zu

$$\sigma_{V}(z) = \sqrt{\sigma(z)^{2} + 3\tau(z)^{2}} \qquad \qquad \text{GI. (18)}$$

Die Maxima der Biege- und Schubspannung können sich an verschiedenen Stellen befinden, dabei spielt die Gestaltung der Lagerstation eine wichtige Rolle. Bei einer Welle nach Bild 2 liegt die maximale Biegung und Torsion beim Übergang der Bereiche von L_1 zu L_2 auf der Welle.

Im Übergang von L_1 zu L_2 befindet sich ein Wellenabsatz mit dem Radius der Rundung ρ , **Bild 4**. Die Kerbwirkung durch den Wellenabsatz spielt eine wichtige Rolle für das Ermüdungsverhalten der Welle. Zur Betrachtung der Dauerfestigkeit der Welle muss die maximale Vergleichspannung aus Gl. (18) folgendermaßen ermittelt werden:

$$\sigma_V = \alpha \cdot \sigma_V(z)$$
 GI. (19)

Hiermit ist α die Formzahl. Sie kann nach folgender Formel berechnet wird.



Bild 4: Welle-Nabe-Verbindungen mit glatter Welle (-) und mit abgesetzter Welle (--) /2/

Das folgende **Bild 5** zeigt die Spannungserhöhung der Welle unter dem Einfluss des Wellenabsatzes. Es ist zu erkennen, dass die Vergleichsspannung σ_V mit dem abnehmenden Verhältnis von D_A/D_N ansteigt (Darstellung der Welle unter Torsion).





Obwohl der Wellenabsatz eine höhere Spannung in der Welle verursacht, ist die Dauerfestigkeit in der Welle-Nabe-Verbindung besser, denn durch den Wellenabsatz kann die Spannung in der Nabe deutlich reduziert werden.

Zur Erhöhung der Dauerfestigkeit solcher Verbindungen wird ein optimaler Parameter empfohlen /2/.

$$D_A / D_N \approx 0.91$$
 Gl. (21)

 $\rho / D_N - D_A \approx 2$ Gl. (22)

3 Lebensdauerabschätzung

3.1 Spannungsintensität

Mit der maximalen Vergleichsspannung $\sigma_{v,max}$ kann man die Lebensdauer der Welle nach der Theorie der Bruchmechanik abschätzen.

Die zyklische Spannungsintensität ΔK für die Rissfortschrittsrate da/dN wird durch den Geometriefaktor Y definiert:

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{2\pi a Y} \qquad \text{GI. (23)}$$

Hierbei ist σ die normale Spannungskomponente an der Rissfront und a die Risslänge.

Die zyklische Spannungsintensität ΔK ist von der Rissfortschrittsgeschwindigkeit da/dN abhängig und lässt sich in drei Bereiche unterteilen. Im Bereich I mit kleinem ΔK vergrößert sich der Riss unterhalb des Schwellenwertes ΔK_0 überhaupt nicht und darüber zunächst nur sehr langsam. Im Bereich II mit mittlerem ΔK nimmt die Rissfortschrittsrate bei doppeltlogarithmischer Auftragung etwa proportional zur zyklischen Spannungsintensität zu. Im Bereich III tritt bei Erreichen des kritischen Spannungsintensitätsfaktors K_{Ic} bzw. K_c der Restbruch ein, **Bild 6**.



Bild 6: Einheitliche Rissfortschrittsrate als Funktion der zyklischen Spannungsintensität, Bereiche I II und III /4/

Nach Radaj wird für den Schwellenwert ΔK_0 empfohlen /4/

$$\Delta K_0 = \frac{3.48 \times 10^3}{\sqrt{\Delta \sigma_D}} \qquad \qquad \text{GI. (24)}$$

wobei σ_D die Dauerfestigkeit des Werkstoffes ist.

Die Dauerfestigkeit der verschiedenen Materialien kann aus dem folgenden Dauerfestigkeitsdiagramm abgelesen werden, **Bild 7**.



Bild 7: Dauerfestigkeit von Vergütungsstählen /5/

3.2 Rissfortschrittsrate

Im Bereich I ($\Delta K < \Delta K_0$) schreitet der Riss zuerst nicht fort. In diesem Stadium gilt

Im Bereich II (mittlere Spannungsintensität) kann die Rissfortschrittsrate da/dN proportional zu einer Potenz der Schwingbereite ΔK der Spannungsintensität gesetzt werden, wobei die Übergangsbereiche zu ΔK_0 einerseits und K_{Ic} bzw. K_c anderseits unberücksichtigt bleiben.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \qquad \qquad \text{GI. (26)}$$

Die Größen C und m sind vom Werkstoff abhängige Parameter, welche die Lage und Steigung der als Gerade im doppeltlogarithmischen Diagramm auftretenden Kurve bestimmen. Nach Clark ergibt sich allgemein die Rissfortschrittsrate für Stähle /6/

$$\frac{da}{dN} = 5,79 \times 10^{-11} (\Delta K)^{2,25}$$
 GI. (27)

Im Bereich III tritt der instabile Riss auf, wenn die Risslänge a einen kritischen Wert erreicht; unter der Annahme, dass kleine plastische Verformungen an der Rissspitze mit den Lastspielen weiterhin auftreten. Der Bereich III kann durch den kritischen Wert des Spannungsintensitätsfaktors K_{lc} beschrieben werden. Die Risszähigkeit K_{lc} ist der eigentliche Werkstoffkennwert und folgt aus der kritischen Spannung σ_c , die bei vorgegebener Risslänge a den instabilen Restbruch einleitet:

$$K_{Ic} = \sigma_c \sqrt{\pi a} Y \qquad \qquad \text{GI. (28)}$$

Wenn die Risslänge a bekannt ist, dann ergibt sich die Lebensdauer gemäß

$$N = \frac{a}{5,79 \times 10^{-11} (\Delta K)^{2,25}}$$
 GI. (29)

Zur Lebensdauerabschätzung ist die Spannungsintensität ∆K erforderlich.

4 Zusammenfassung

Anhand des Beispiels einer Welle in einer Lagerstation eines Drehrohrofens wird die Lebensdauerabschätzung eines Maschinenelementes durchgeführt. Die dazu benötigte maximale Vergleichspannung an der kritischen Stelle dieses Maschinenelementes beschreibt ein mögliches Auftreten von Mikrorissen auf der Bauteiloberfläche. Durch die maximale Spannung und den Werkstoffeigenschaften kann die Spannungsintensität ermittelt werden. Mit der Rissfortschrittsrate und der Risslänge können die Lebensdauer abgeschätzt werden.

5 Literatur

- /1/ Xiao, Y.; Ma, J. und Chen, Q.: Stress State and its Life Prediction of the Shaft at a Rotary Kiln. China Cement, Vol. 3, Beijing 2005
- /2/ Leidich, E.: Einfluss des Schwingungsverschleißes auf die Tragfähigkeit von Welle-Nabe-Verbindungen. VDI-Berichte 1790, VDI Verlage GmbH, Düsseldorf 2003
- /3/ Ziaei, M.: Untersuchungen der Spannungen und Verschiebungen in P4C-Polygon-Welle-Nabe-Verbindungen mittels der Methode der Finiten Elemente. Dissertation, TH Darmstadt 1997
- /4/ Radaj, D.: Ermüdungsfestigkeit- Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau. Springer Verlag, Berlin Heidelberg 2003
- /5/ Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau. 18. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg 1995
- /6/ Schwalbe, K. H.: Bruchmechanik metallischer Werkstoffe. Carl Hanser Verlag, München 1983