

Anwendung von Berechnungssoftware für Maschinenelemente am Beispiel einer Getriebewelle

Gieleßen, H.

Berechnungssoftware für die verschiedensten Maschinenelemente wird seit einigen Jahren verstärkt von zahlreichen Anbietern auf dem Markt angeboten. Das IMW verfügt über ein selbst erstelltes Softwarepaket für die Berechnung von derzeit 11 Maschinenelementgruppen. Die Programme wurden im Wesentlichen von Studenten des Maschinenbaus im Rahmen von Studien- und Diplomarbeiten erstellt und werden auch in größerem Umfang in der Lehre eingesetzt.

Zur Demonstration der Arbeitsweise eines der Programme wurde als beispielhaftes Maschinenelement eine Getriebewelle aus Ck45 ausgewählt, für die ein Tragfähigkeitsnachweis zu erbringen ist.

1. Hintergrund

Studenten des Maschinenbaus nehmen vom 2. - 4. Semester des Grundstudiums an betreuten konstruktiven Übungen teil. Im Rahmen dieser Übungen sind verschiedene Bauteile / Baugruppen funktions- und fertigungsgerecht zu entwerfen. Der Umfang der Aufgaben reicht von einfachen Guß- oder Schweißteilen bis hin zu einer kompletten Getriebebaukonstruktion. Im Rahmen der konstruktiven Lösungsfindung hat der Student insbesondere anhand von Tragfähigkeitsnachweisen die Haltbarkeit seiner Konstruktion zu überprüfen.

Der zumeist iterativ ablaufende Prozeß von geometrischer Vorauslegung und Festigkeitsnachweis bedingt einen erheblichen Rechenaufwand. Um den Studenten einen Teil der ständig wiederkehrenden Rechenabläufe abzunehmen, wurden am IMW Berechnungsprogramme für die gängigsten Maschinenelemente realisiert. Besonderer Wert wurde hierbei auf eine Benutzerführung gelegt, die den Studenten in sinnvoller Weise sequentiell durch den Berechnungsablauf führt. Dadurch daß, anders als bei menugesteuerten Programmen, die Benutzereingaben immer nur für den gerade aktuellen Berechnungsschritt angefordert werden, bleibt der Rechnungsgang durchschaubar. Bei komplexeren Berechnungsabläufen, etwa bei der Auslegung von Verzahnungen wird in Vorauslegung und Nachrech-

nung getrennt. Gerade für den Einsatz der Programme in der Ausbildung besteht schon aus didaktischen Gründen die Notwendigkeit in dieser Weise zu verfahren.

Alle Programme sind so eingerichtet, daß auf einfache Weise Variantenberechnungen möglich sind. Hierzu sind nach erfolgtem Rechenlauf Änderungen der Eingabewerte möglich. Werden als Resultat einer Berechnung Grenzwerte (z.B. Unterschnittgrenze bei Verzahnungen, Festigkeitsgrenzwerte) überschritten, werden dem Benutzer Hinweise zur Änderung seiner Eingaben gegeben, wo dies sinnvoll und aus dem Kontext heraus möglich ist.

Der Student braucht zur Anwendung der Programme über keinerlei Rechnerkenntnisse zu verfügen, sondern kann sich vollständig darauf konzentrieren, sein maschinenbauerisches Wissen in den Auslegungsprozeß einzubringen.

2. Implementation

Die Berechnungsprogramme sind derzeit auf der PRIME des IMW realisiert. Die Kommunikation mit dem Anwender läuft über einfache Textterminals. Entsprechend sind in der Benutzerführung keine grafischen Elemente vorhanden. Die Programmsteuerung wie Verzweigungen im Rechnungsgang oder die Anwahl von Optionen wird über die Eingabe von Ziffern oder Buchstaben realisiert.

Die Quelltexte der Programme wurden in FORT-RAN 77 erstellt. Zur Zeit werden diese auf den SUN-Workstations des CIP-Pools neu kompiliert, da die PRIME demnächst ausgemustert wird. Einzelne Programmmodule sind auch auf PC und Macintosh-Rechnern verfügbar.

3. Berechnungsgrundlagen

Die Berechnungsverfahren orientieren sich im Wesentlichen an den Normen und Richtlinien von DIN und VDI. In Einzelfällen, wo diese Verfahren detailliertere Kenntnisse verlangen, als sie den Studenten in den Vorlesungen vermittelt werden können oder wenn das Datenmaterial nicht in der geforderten Detaillierung zur Verfügung steht, kann alternativ auf

ein vereinfachtes Verfahren zurückgegriffen werden. Dies ist etwa bei der Schraubenberechnung der Fall, wo neben der ausführlichen Berechnungsmethode nach VDI eine vereinfachte Methode gewählt werden kann, die sich an der im IMW gehaltenen Vorlesung des Faches Konstruktionselemente orientiert. Ähnliches gilt für die Auslegung von Verzahnungen, wobei i.A. nicht die Daten für eine Berechnung nach den in DIN 3990 angegebenen Methoden A und B zur Verfügung stehen, so daß auf Methode C ausgewichen wird.

Derzeit sind Berechnungsmodule für folgende Maschinenelemente vorhanden:

- zylindrische und kegelige Schrumpfverbände
- Wälzlagerauswahlprogramm
- Radialgleitlager
- Wellenberechnung
- Auslegung einer Getriebestufe
- Tellerfedern
- Zahnwellen
- Polygonwellen
- Druck- und Zugfedern
- Schraubenberechnung

4. Das Wellenberechnungsprogramm

Das Wellenberechnungsprogramm ermittelt unbekannte Lagerreaktionen, Beanspruchungsverläufe in verschiedenen Koordinatenebenen, Vergleichsspannungen und die Biegelinie. Dabei können auch mehrfach gelagerte Wellen, also statisch überbestimmte Probleme, gelöst werden. Es wird dabei ein analytisches Lösungsverfahren angewandt. Zunächst wird der Biegemomentenverlauf als Funktion der unbekanntten Kräfte und Momente berechnet. Durch zweimaliges Integrieren wird die Biegelinie erhalten. Da sowohl die Biegelinie als auch die Krümmung der Welle an den Bereichsgrenzen (Kraft- oder Momenteneinleitungsstellen oder Durchmesseränderungen) stetig sein müssen, wird eine Zahl von Übergangsbedingungen erhalten. Als weitere Randbedingung wird angenommen, daß an Lagerstellen keine Durchbiegung auftritt. Das sich hieraus ergebende Gleichungssystem mit den unbekanntten Lagerreaktionen und einigen Integrationskonstanten wird mit Hilfe des Gaußschen Algorithmus gelöst. Mit den nun bekannten Lagerreaktionen können jetzt alle gesuchten Größen berechnet

werden.

Zur Ermittlung der Stellen maximaler Beanspruchungen wird keine analytische Lösung verwendet. Stattdessen werden die Durchbiegungen entlang der Welle in Schritten von 0,1 mm und die Spannungen an den Bereichsgrenzen ermittelt. Die Bereichsgrenzen für die abschnittsweise Berechnung werden vom Programm automatisch erzeugt. Innerhalb dieser Bereiche werden die M_b -, Q -, T - und N -Verläufe sowie die Biegelinie getrennt nach statischem und dynamischem Anteil für die beiden Koordinatenebenen, die die Wellenmittellinie enthalten, als Polynome ausgegeben.

Nicht-kreisförmige Querschnitte sowie Spannungsüberhöhungen an Kerbstellen werden ebenfalls berücksichtigt. Das Programm kennt dabei Kerbtypen wie Umlaufnuten mit rechteckigem oder Halbkreisquerschnitt und kann deren Kerbfaktoren aus der Angabe der Abmessungen berechnen. Für andere Kerben wie z.B. Paßfedern ist diese Möglichkeit noch nicht implementiert, so daß der Anwender sich die Kerbfaktoren aus der einschlägigen Literatur ermitteln und diese dem Programm mitteilen muß.

Folgende Daten sind dem Programm vom Benutzer einzugeben:

- Geometrie der Welle - Länge, Durchmesser der Wellenabschnitte (bis zu 50 Stück), Flächenträgheitsmomente, Widerstandsmomente und Querschnittsflächen der Abschnitte, wenn es sich nicht um kreisförmige Querschnitte handelt, Kerbtypen, Kerbfaktoren
- Kräfte - Angriffspunkte, Richtung (auch schief im Raum), Betrag getrennt nach statischem und dynamischem Anteil, sofern bekannt, Lage des Kraftangriffspunktes und gegebenenfalls Hebelarm der Kraft
- Momente - Angriffspunkte, Richtung des Momentenvektors, Betrag getrennt nach statischem und dynamischem Anteil, sofern bekannt
- weitere Daten - E-Modul, Zugfestigkeit des Werkstoffes, Art der Vergleichsspannungshypothese

Kräfte und Momente können benannt werden.

Die Abfragung der Eingabedaten erfolgt "intelligent". Beispielsweise wird, wenn aus Richtung und Angriffspunkt einer Kraft ersichtlich ist, daß diese die Wellenmittellinie schneidet, nicht mehr nach de-

ren Hebelarm gefragt.

5 Ein Berechnungsbeispiel

An der in **Bild 5.1.** gezeigten Getriebewelle wird das Wellenberechnungsprogramm demonstriert. Durch die Schrägverzahnung der linken Stufe werden Kräfte in allen drei Raumrichtungen eingeleitet, ebenfalls ist eine Beanspruchung durch Momente in allen Richtungen vorhanden. Ein Wellenzapfen ist

ne oder räumliche Biegung, wie im Berechnungsbeispiel, vorliegt. Wird an dieser Stelle "EBEN" vorgegeben und ergibt sich bei der späteren Eingabe der Kräfte und Momente eine räumliche Belastung dann korrigiert das Programm die Optionen selbstständig und gibt einen Warnhinweis aus. Die Option Dynamik = "WELLENSTANDARD" vereinbart, daß Biegemomente und Querkräfte umlaufend, also rein dynamisch, Normalkräfte rein statisch und Tor-

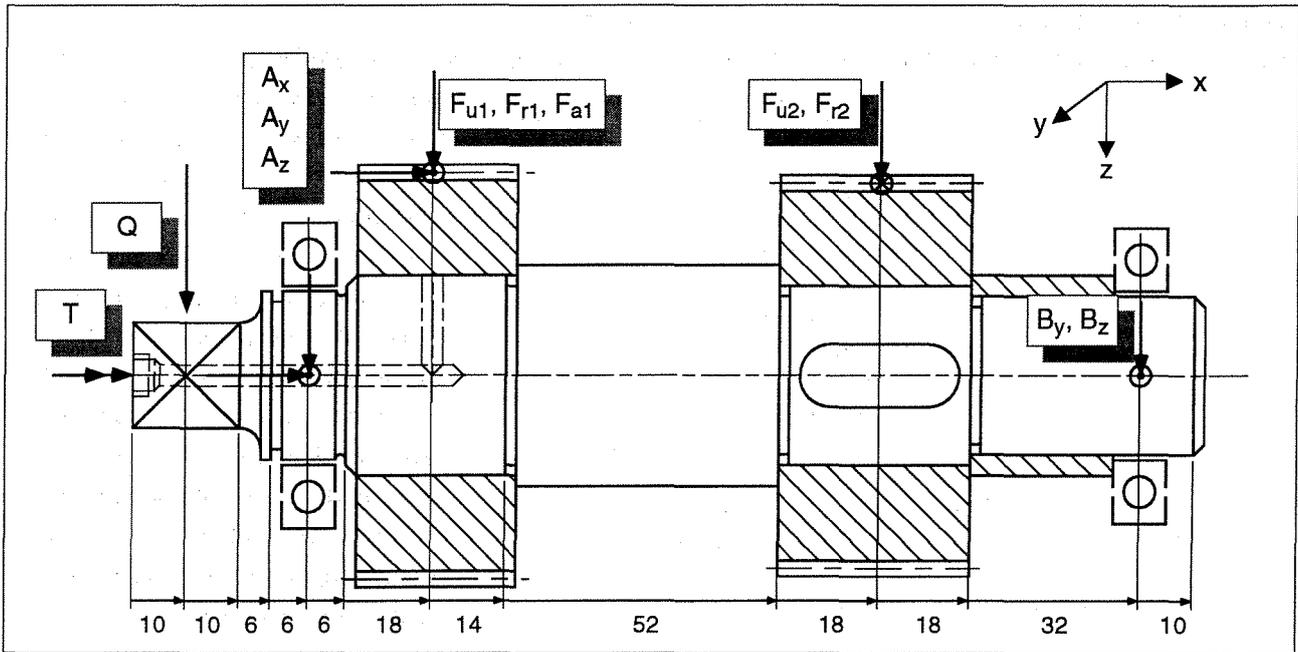


Bild 5.1 Geometrie der Zwischenwelle eines mehrstufigen Getriebes

als Vierkant ausgebildet, um einen Nebenabtrieb zu ermöglichen. Es sind zahlreiche Kerbstellen in Form von Umlaufnuten, Übergangsradien, Ölbohrungen und einer Paßfeder vorhanden.

Das Berechnungsprogramm erfordert die Eingabe von Bereichsgrenzen an Stellen von Durchmesseränderungen oder Kerbstellen. Die Bereiche sind als Abschnittslängen im Bild eingetragen. Nach dem Aufruf des Programmes wird der Benutzer zunächst in jedem Fall in das Optionsmenue geleitet (**Bild 5.2.**). Hier wird dem Programm vorgegeben, ob ebe-

sionsmomente mit dynamischem und statischem

```

*****
**
**          O P T I O N E N          **
**
*****
*
*   (1) Ueberschrift:WELLENBERECHNUNG   *
*   (2) Biegung                          RAEUMLICH   *
*   (3) Torsion                          JA          *
*   (4) Normalkraefte                    JA          *
*   (5) Dynamik                          WELLEN-STANDARD *
*   (6) Vergleichsspannungshypothese     GEH        *
*
*   (7) Berechnung der Biegelinie        JA          *
*   (8) Berechnung der Nennspannungen    JA          *
*   (9) Kerbwirkung/Werkstoffverhalten  JA/ZAEH     *
*
*   (10) Koordinatensystem                Z NACH UNTEN *
*
*   (0) OPTIONEN verlassen                *
*****
    
```

Bild 5.2 Dialog zur Einstellung der Berechnungsoptionen

Anteil auftreten können. Diese Angaben dienen im Wesentlichen zur Vereinfachung des Gleichungssystems und zur Erzeugung einer problemangepassten Ausgabedatei. Zur Berechnung der Vergleichsspannungen können die bekannten Hypothesen SH, HH und GEH ausgewählt werden. Die Option Kerbwirkung / Werkstoffverhalten legt fest auf welche Art die plastische Stützziffer zu berücksichtigen ist. Aus dieser Angabe berechnet das Programm die Kerbwirkungszahl β_k .

Nach Eingabe einiger globaler Daten wird in den

```

*****
**                                     **
**                               EDITOR                               **
**                                     **
*****
*                                     *
*   (1) Eingaben ansehen/aendern   *
*   (2) Eingaben loeschen          *
*   (3) Neue Kraft eingeben        *
*   (4) Neues Moment eingeben      *
*   (5) Neuen Durchmesserabschnitt eingeben *
*   (6) Neue Umlaufnut eingeben    *
*   (9) Sonstige Kerbstelle eingeben *
*   (10) Sonstigen Kerbbereich eingeben *
*
*   (0) Zurueck zum Hauptmenue    *
*
*
*
*****

```

Bild 5.3 Editor zur Eingabe von Geometrie und Belastungen

Editor verzweigt. Der Editor **Bild 5.3.** stellt das zentrale Eingabemodul des Programms dar. Hier wird die Wellengeometrie, die Belastungen und die Kerbeinflüsse festgelegt und eingegeben. Sämtliche Eingaben werden vom Programm in der Reihenfolge aufsteigender X-Koordinaten in mehreren mehrdimensionalen Datensätzen abgelegt, die neben den Eingabewerten noch Kennungen für den Datentyp, Elementnummerierungen und Steuerinformationen für den Programmfluß in Abhängigkeit vom Datentyp enthalten. Die interaktiv abgefragten Daten werden in formatierter Form in einer Datei festgehalten, die nach Beendigung des Programmlaufes auf dem Bildschirm oder einem Drucker ausgegeben werden kann.

Bild 5.4. zeigt einen Teil der im Ausgabefile festgehaltenen Geometriebeschreibung, beginnend mit den ersten beiden Wellenabschnitten, s.a. **Bild 5.1.**, linker Teil. Für den als Vierkant ausgebildeten Wellenzapfen sind die Flächenträgheits- und Widerstandsmomente einzugeben. Das Programm kennt nur kreisförmige Querschnitte, für die die Momente berechnet werden und nicht-kreisförmige Querschnitte, für die die jeweiligen Momente einzugeben sind.

Beim Übergang von einem Durchmesserabschnitt zum nächsten ist ein Übergangsradius vorzugeben. Das Programm ermittelt die zugehörigen Kerbfaktoren aus den in /1/, /2/ und /3/ angegebenen Formeln und Diagrammen, wobei das im Programmeneue Optionen eingestellte Werkstoffverhalten berücksichtigt wird. Umlaufnuten oder sonstige Kerben, die sich im Übergangsbereich befinden, sind gesondert einzugeben. Diese überschreiben die Eingabe der Übergangsradien, welche dann für die Berechnung der Spannungsüberhöhungen nicht weiter verwendet werden. Ein entsprechender Hinweis an den Benutzer wird ausgegeben.

GEOMETRIE	
Laenge der Welle	l = 200 [mm]
Anzahl Abschnitte	n = 6
Beginn des Abschnitts 1	
Flaechentraegheitsmoment	$I_y = 13333$ [mm ⁴]
Flaechentraegheitsmoment	$I_z = 13333$ [mm ⁴]
Widerstandsmoment	$W_{ax} = 1333$ [mm ³]
Widerstandsmoment	$W_p = 1664$ [mm ³]
Querschnittsflaeche	A = 400 [mm ²]
Durchmesser	d* = 20 [mm]
Beginn des Abschnitts 2	
Durchmesser	d = 32 [mm]
Radius des Uebergangs	r = 4 [mm]
Kerbfaktoren	alpha $K_b = 1.451$ [-]
	alpha $K_t = 1.227$ [-]
	alpha $K_z = 1.712$ [-]
Verhaeltnis	$\beta_k / a_k = 0.7974$ [-]
	⋮

Bild 5.4 Teil der Geometriebeschreibung der Welle

In **Bild 5.5.** sind Eingabewerte und berechnete

```

Rechtecknut.....x = 26 [mm]
Nuttiefe.....t = 2 [mm]
Radius der Kanten.....r = 0.8 [mm]
Kerbfaktoren.....alpha Kb = 2.918[-]
                  alpha Kt = 2.187[-]
                  alpha Kz = 3.236[-]
Verhaeltnis .beta K / alpha K =0.7092[-]

Halbkreisnut.....x = 38 [mm]
Radius.....r = 1 [mm]
Kerbfaktoren.....alpha Kb = 2.786[-]
                  alpha Kt = 2.103[-]
                  alpha Kz = 2.986[-]
Verhaeltnis .beta K / alpha K =0.7169[-]

Kerbeinfluss.....x = 56 [mm]
Kerbfaktoren.....alpha Kb = 2.400[-]
                  alpha Kt = 3.400[-]
                  alpha Kz = 2.900[-]
Verhaeltnis .beta K / alpha K =0.7600[-]
    
```

Bild 5.5 Beispiele einiger Kerbeinflüsse

Kerbfaktoren von drei Kerbstellen angegeben. Die Kerbfaktoren der Rechtecknut zur Aufnahme des Sicherungsringes und der Halbkreisnut des Freistiches des Lagersitzes können vom Programm aus der Geometrie und dem Werkstoffverhalten berechnet werden. Für den dritten Kerbeinfluß sind die Kerbwerte vorzugeben, es handelt sich um die Querbohrung im Bereich des Sitzes des ersten Zahnrades.

Im letzten Schritt der Eingabe sind die äußeren Kräfte und Belastungen vorzugeben. Die in diesem Beispiel angesetzten Werte sind in **Bild 5.6.** zusammengefaßt. Die Lagerreaktionen und Reaktionsmomente sind als unbekannt zu vereinbaren, d.h. sie werden nach Richtung, jedoch nicht nach Betrag spezifiziert. Häufiger Fehler bei komplexeren Belastungen ist die versehentliche

Q =	4000 N
Fu1 =	23570 N
Fr1 =	8172 N
Fa1 =	4156 N
Fu2 =	10910 N
Fr2 =	3734 N

Bild 5.6 Belastungen der Welle

ingabe eines statisch überbestimmten Problems durch Verwechseln von Koordinatenrichtungen oder dadurch, daß in einer Richtung sämtliche Belastungen als bekannt vereinbart sind. In diesen Fällen kann das Gleichungssystem unlösbar werden und eine entsprechende Warnmeldung wird ausgegeben.

Hat das Programm das Gleichungssystem erfolgreich gelöst, dann werden in der Ergebnisdatei zunächst die berechneten Werte der vorher als unbekannt vorgegebenen Kräfte und Momente

```

ERGEBNISSE
=====
UNBEKANNTE KRAEFTE:
Ax = 4156 [N] (statisch)
Ay = 16540 [N] (umlaufend)
Az = 14690 [N] (umlaufend)
By = 3879 [N] (umlaufend)
Bz = 1211 [N] (umlaufend)
UNBEKANNTE MOMENTE:
T = -538.3 [Nm] (statisch)
    
```

Bild 5.7 Bestimmung der Lagerreaktionen

ausgegeben, **Bild 5.7.** Hierbei werden statische und umlaufende Belastungen getrennt betrachtet.

Die Verläufe von Biegemoment, Querkräften und Biegelinien, **Bild 5.8.** werden in Form von

```

BIEGELINIE (umlaufend)
x/z-Ebene
w 1 (x=0.0000 ) 0.4660E-02 [mm]
w 1 (x= -0.1915E-03 x +.4660E-02
w 1 (x= 10.00 ) 0.2745E-02 [mm]
w 2 (x= 10.00 ) 0.2745E-02 [mm]
w 2 (x) = 0.2381E-06 x^3 -.7143E-05
        x^2 -.1201E-03 x +.4422E-02
w 2 (x= 20.00 ) 0.1068E-02 [mm]
w 3 (x= 20.00 ) 0.1068E-02 [mm]
w 3 (x) = 0.6168E-07 x^3 -.1850E-05
        x^2 -.1201E-03 x +.3716E-02
w 3 (x= 32.00 ) 0.0000 [mm]
w 4 (x= 32.00 ) 0.0000 [mm]
w 4 (x) = -.1649E-06 x^3 +.1990E-04
        x^2 -.8161E-03 x +.1114E-01
w 4 (x= 38.00 ) -.1833E-03 [mm]
w 5 (x= 38.00 ) -.1833E-03 [mm]
w 5 (x) = -.8293E-07 x^3 +.1001E-04
        x^2 -.4194E-03 x +.5851E-02
w 5 (x= 56.00 ) -.8112E-03 [mm]
w 6 (x= 56.00 ) -.8112E-03 [mm]
w 6 (x) = -.1956E-07 x^3 +.6807E-05
        x^2 -.6570E-03 x +.1807E-01
w 6 (x= 70.00 ) -.1276E-02 [mm]
w 7 (x= 70.00 ) -.1276E-02 [mm]
w 7 (x) = -.1311E-07 x^3 +.4561E-05
        x^2 -.4374E-03 x +.1149E-01
w 7 (x= 122.0 ) 0.2209E-02 [mm]
w 8 (x= 122.0 ) 0.2209E-02 [mm]
w 8 (x) = -.3052E-07 x^3 +.1062E-04
        x^2 -.1138E-02 x +.3844E-01
w 8 (x= 140.0 ) 0.3477E-02 [mm]
    
```

Bild 5.8 Auszug aus dem Biegemomentenverlauf in der x/z-Ebene

Polynomen in den einzelnen Wellenabschnitten ausgegeben, wobei zusätzlich die Werte an den Bereichsgrenzen berechnet werden. In **Bild 5.9. a-d** sind die aus den Verlaufspolynomen gewonne-

nen Darstellungen der Biegelinien in beiden Ebenen, sowie je eines Momenten- und Querkraftverlaufes dargestellt.

Am Schluß werden noch die für den Festigkeitsnachweis interessierenden maximalen Spannungen mit ihren Koordinaten, die Vergleichsspannung und die maximale Durchbiegung ausgegeben, **Bild 5.10**. In

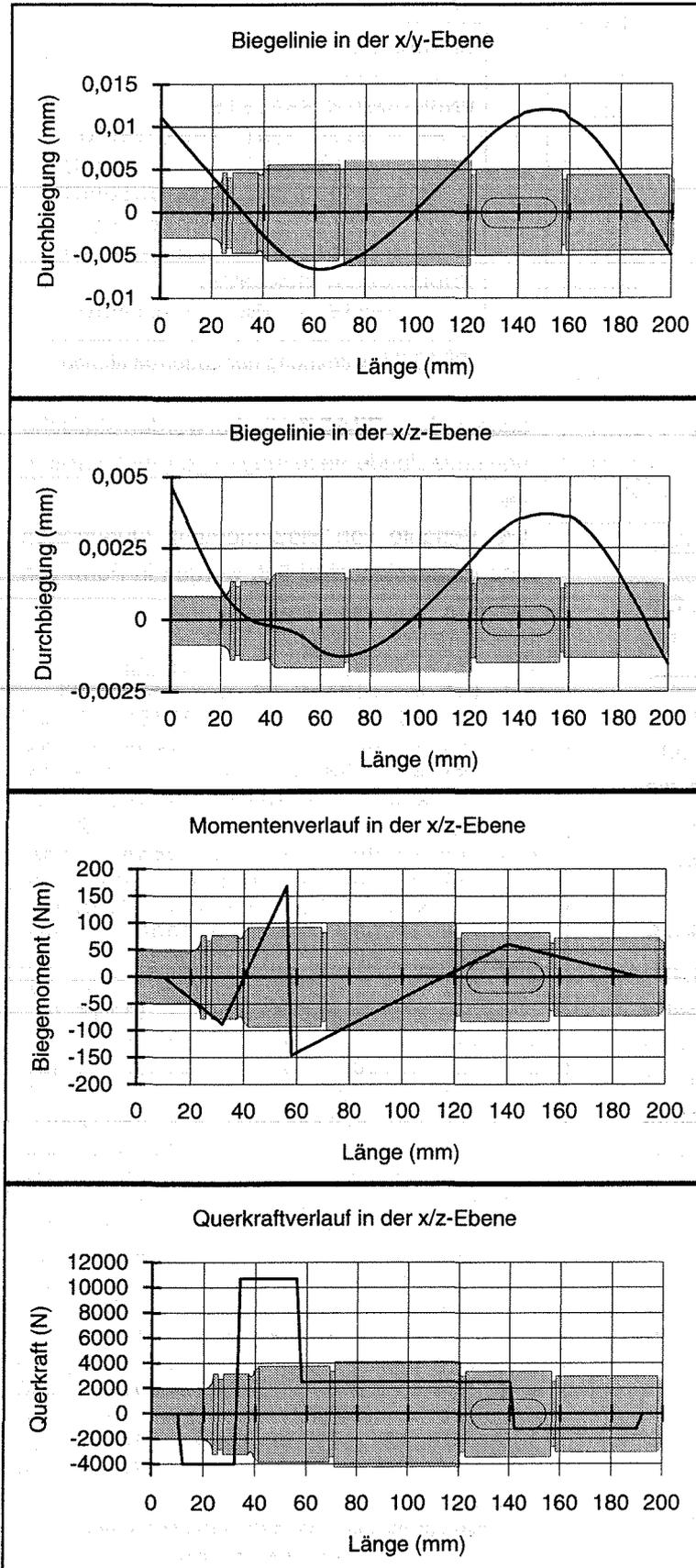


Bild 5.9 a-d Biegelinien, sowie Mb- und Q-Verläufe in versch. Ebenen

MAXIMALE SPANNUNG

max. Spannung bei $x=20.00\text{mm}$

Biegespannung $s_{b\max} = 34.73$
[N/mm²] (umlaufend)

Querkraftschub $t_s = 10.00$
[N/mm²] (umlaufend)

Torsionsspannung $t_{t\max} = 323.5$
[N/mm²] (statisch)

Normalspannung $\sigma_{n\max} = 0.000$
[N/mm²]

Vergleichsspannung n. GEH:
560.3 +/- 34.73 [N/mm²]

Groesste Durchbiegung tritt
bei $x=150.3\text{mm}$ auf.

Wert: 0.01237mm (umlaufend)

Bild 5.10 Berechnete Festigkeitswerte

diesem Fall zeigt die Vergleichsspannung, daß die Welle unterdimensioniert ist.

6 Zusammenfassung

Mit den Berechnungsprogrammen für Maschinenelemente liegen leistungsfähige Werkzeuge vor, die eine problemangepaßte und didaktisch sinnvolle Benutzerführung bieten. Die zukünftige Entwicklung wird sich auf die Portierung auf Workstations und das Erstellen einer graphischen Benutzeroberfläche konzentrieren.

Literatur

- /1/ Rainer, G.; Kerbwirkung an gekerbten und abgesetzten Flach- und Rundstäben, Dissertation TH Darmstadt 1978
- /2/ Thum-Kirmser.; Überlagerte Wechselbeanspruchungen, VDI, 1949
- /3/ Leven, M.; Stresses in keyways by photoelastic methods, Proc. SESA 1949