

## Innenhochdruckgefügte Welle - Nabe - Pressverbindung

Deimel, M.; Dietz, P.; Grünendick, T

Pressverbindungen gehören zu den grundlegenden Verbindungselementen der Antriebstechnik. Die Herstellung innenhochdruckgefügter Welle-Nabe-Verbindungen zeichnet sich im Gegensatz zu konventionellen Fügeverfahren (z. B. thermisches Querpressen und Längspressen) dadurch aus, dass die zu fügenden Durchmesser große Toleranzen aufweisen können. Zum Ermitteln der axialen Passfugendruckverteilung liegt derzeit noch kein analytisches Berechnungsverfahren vor. Während des Fügeprozesses ist die Welle nur in einem geringen Bereich ihrer Axialausdehnung belastet, so dass zur ganzheitlichen Analyse mechanische Kopplungen sowohl der belasteten und unbelasteten Wellenbereiche als auch von Welle und Nabe notwendig sind. Die Autoren stellen zunächst ein Verfahren vor, mit dem die Kopplung in ein lineares Übertragungssystem überführt wird. Auf der Basis dieses Übertragungssystems lässt sich unter Berücksichtigung des plastischen Verhaltens der Welle eine geschlossene Lösung für den Passfugendruckverlauf angeben.

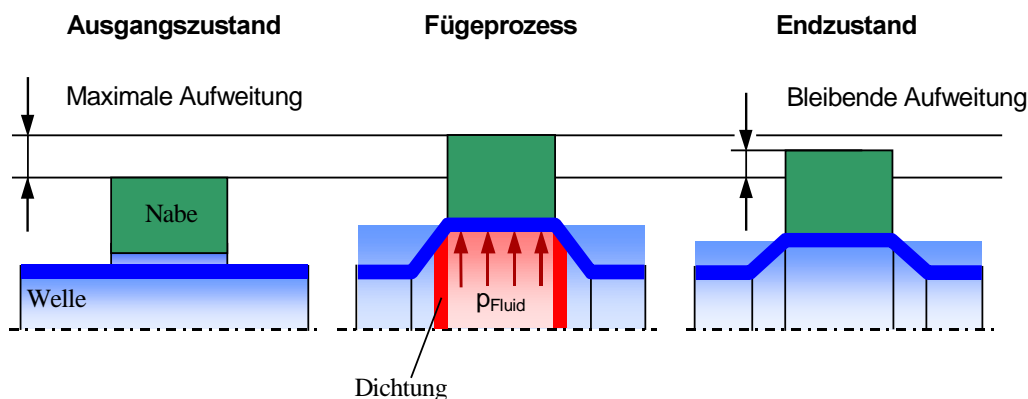
Force fits are part of the fundamental connecting elements in drive technology. The production of internal high pressure jointed shaft-hub connections is characterized by high tolerances of the joining diameters in contrast to conventional joining processes (e. g. thermal radial and axial force fits). At present an analytical method of calculation to determine the axial distribution of fitting joint pressure does not exist. During the joining process the shaft is loaded in a small range of its entire length. For this reason a holistic analysis requires mechanical couplings of the loaded and unloaded ranges of the

shaft as well as of the shaft and the hub. First, the authors present a method to transform the coupling to a linear transmission system. Based on this system a closed solution for the distribution of fitting joint pressure is given in consideration of the shafts plasticity.

### 1 Einleitung

Welle-Nabe-Pressverbindungen haben durch die konstruktive Ankopplung an benachbarte Aggregate eine herausragende Stellung und eine nachgewiesene hohe Akzeptanz im Maschinen- und Anlagenbau. Neben den klassischen Pressverbindungen bildet die innenhochdruckgefügte Welle-Nabe-Verbindung ein neuartiges Teilgebiet der Maschinenelemente. Der geringe Fertigungs- und Montageaufwand, die gute Reproduzierbarkeit der Verbindungsqualität und die kerbspannungsarme Ausführung der innenhochdruckgefügten Welle-Nabe-Verbindung sind die wesentlichen Vorteile dieses Verfahrens und zeigen das hohe Entwicklungspotenzial. Innenhochdruckgefügte Pressverbindungen kommen z. Z. vorrangig zum Fertigen von PKW-Nockenwellen, Ausgleichswellen und Befestigen von Ketten- oder Riemenrädern zum Einsatz.

Bedeutend für einen optimalen Einsatz unter technologisch-wirtschaftlichen Gesichtspunkten ist die Kenntnis der Beanspruchungen, die sich in Welle und Nabe einstellen. In Bezug auf die Drehmomentübertragungsfähigkeit ist die Höhe des sich nach dem Fügen zwischen Welle und Nabe einstellenden Passfugendrucks entscheidend.



**Bild 1:** Phasen des Fügeprozesses /1/

$$w(x) = e^{-\kappa x} (C_1 \sin \kappa x + C_2 \cos \kappa x) + e^{\kappa x} (C_3 \sin \kappa x + C_4 \cos \kappa x) + \frac{p_i}{4\kappa^4 K_{11}}, \quad (1)$$

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{ah}} \sqrt[4]{3 \left( \frac{E_{\vartheta}}{E_x} - \nu_{\vartheta x}^2 \right)}, \quad K_{11} = \frac{h^3 E_x}{12(1 - \nu_{x\vartheta} \nu_{\vartheta x})},$$

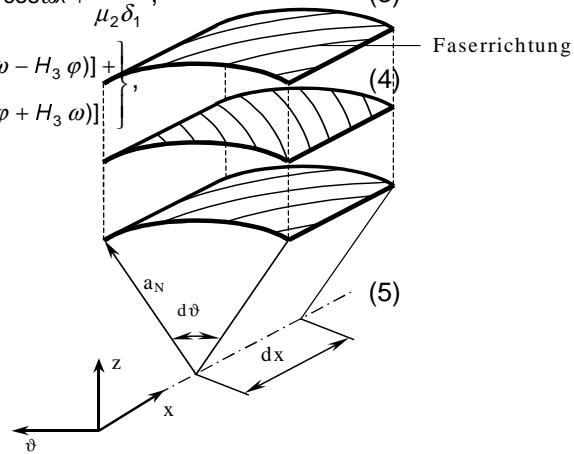
$$\psi_x(x) = \left\{ \begin{aligned} & -\kappa e^{-\kappa x} [\cos \kappa x ((C_1 - C_2) + e^{2\kappa x} (C_3 + C_4))] + \\ & + \kappa e^{-\kappa x} [\sin \kappa x ((C_1 + C_2) + e^{2\kappa x} (C_4 - C_3))] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$w_N(x) = (H_1 e^{-\varphi x} + H_2 e^{\varphi x}) \sin \omega x + (H_3 e^{-\varphi x} + H_4 e^{\varphi x}) \cos \omega x + \frac{p_i}{\mu_2 \delta_1}, \quad (3)$$

$$\psi_{xN}(x) = \left\{ \begin{aligned} & -e^{\varphi x} [\cos \omega x (H_2 \omega + H_4 \varphi + e^{-2\varphi x} (H_1 \omega - H_3 \varphi))] + \\ & + e^{\varphi x} [\sin \omega x (H_4 \omega - H_2 \varphi + e^{-2\varphi x} (H_1 \varphi + H_3 \omega))] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\varphi, \omega = f(a_N, \Delta h_i, E_{\parallel}, E_{\perp}, \nu_{\parallel\perp}, \nu_{\perp\parallel}, \alpha_i),$$

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_I \\ M_{II} \\ R_I \\ R_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_i / (4\kappa^4 K_{11}) \\ -p_i / (4\kappa^4 K_{11}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$



**2 Prinzip des Innenhochdruckfügens**

Die Fügepartner Hohlwelle und Nabe besitzen vor dem Fügen im Gegensatz zu konventionellen Querpress- und Längspressverbänden ein Spiel,

d. h. der Bohrungsdurchmesser der Nabe ist geringfügig größer als der Außendurchmesser der Welle. Nach dem Ausrichten der Welle in der Nabe dichtet ein Aufweitewerkzeug die Welle im Bereich der Nabe ab und führt dem abgedichteten Bereich ein Fluid hohen Drucks zu. Dadurch weitet sich die Welle lokal unterhalb der Nabe auf. Ist das Fügespiel überwunden, legt sich die Welle an die Nabe an. Bei Erhöhen des Drucks expandieren Welle und Nabe gemeinsam, wobei die Welle ihre elastische Grenzlast überschreitet und sich plastisch verformt. Nach Druckrücknahme des Fluids federn Welle und Nabe elastisch zurück. Bei unterschiedlichen Nachgiebigkeiten und Streckgrenzen sind die Rückdehnungen der Bauteile unterschiedlich. Ist die Rückdehnung der Nabe größer als die der Welle, verspannen sich Welle und Nabe und bilden eine kraftschlüssige Verbindung aus (Bild 1).

**3 Mechanische Modelle von Welle und Nabe**

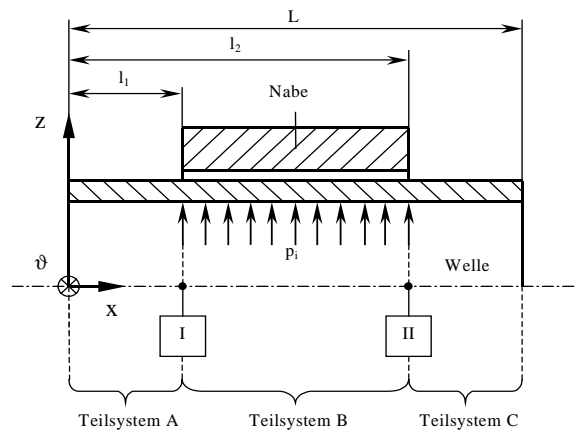
Durch das Fügen wird die Welle nur im Bereich der Nabe mit einem Innendruck beaufschlagt. Um sowohl die mechanische Kopplung des mit Innenhochdruck belasteten Bereichs mit den unbelasteten Bereichen der Welle als auch das

**Bild 2:** Aufbau einer Mehrschichtverbund-Nabe  
Aufweiten des Systems Welle-Nabe zu untersuchen, bietet sich die geschlossene Kreiszyinderschale als mechanisches Modell für Welle und Nabe an.

Mit den Vereinfachungen der Schalentheorie /2, 3/ lässt sich der Spannungszustand in der Welle bei Innendruckbelastung als ein zweiachsiger Hauptspannungszustand abbilden. Der Wellenwerkstoff erfährt durch den Rohrerstellungsprozess in Umfang- und Längsrichtung unterschiedliche Kristallausrichtungen, so dass dieser in den drei Richtungen des (x, phi, z)-Koordinatensystems orthotropes Verhalten aufweist. Für die Radialaufweitung der orthotropen Welle gilt Gleichung (1), /3/.

Die Biegeverdrehung der Welle um die phi-Achse berechnet sich zu Gl. (2), /4/.

Im Gegensatz zur Welle wird die Nabe als ein Faserverbundbauteil aufgefasst. Sie ist aus unidirektionalen Einzelschichten als Mehrschichtverbund aufgebaut (Bild 2). Durch die Möglichkeit, die Einzelschichten unterschiedlich auszurichten, kann ein auf die speziellen Anforderungen abgestimmtes mechanisches Verhalten des Mehrschichtverbundes realisiert werden.



**Bild 3:** In Teilsysteme gegliederte Welle-Nabe-Verbindung

Zur Verzerrungs- und Beanspruchungsanalyse der Faserverbund-Nabe lassen sich im Prinzip die Herleitungen der homogenen Zylinderschale nach der Schalentheorie verwenden, wobei zusätzlich die Voraussetzungen der klassischen Laminattheorie zu erfüllen sind /5, 6/.

Für die Radialaufweitung und die Biegeverdrehung um die  $\vartheta$ -Achse folgt für die Nabe die Gl. (3) und (4).

#### 4 Übergangskopplung mit dem Kraftgrößenverfahren

Die un stetig belastete Welle ist auf drei Teilsysteme, von denen zwei unbelastet und eines konstant belastet ist, zurückzuführen. Angenommen wird, dass der Fügebereich die gleiche Länge wie die Nabe hat (Bild 3).

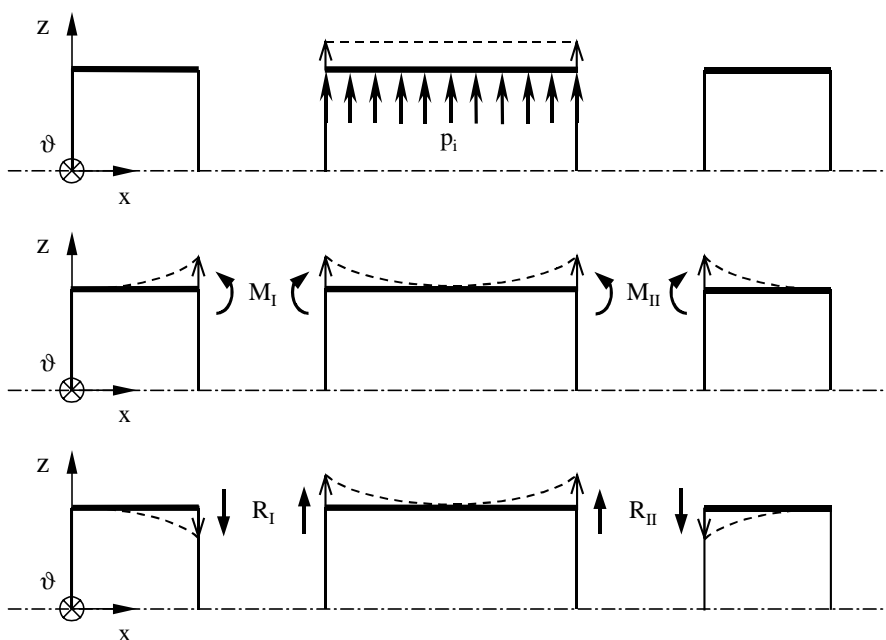
Da das Ändern der Steifigkeit eines der Teilsysteme der Welle bzw. der Nabe die Beanspruchungsverteilung im gesamten Welle-Nabe-System ändert, ist eine mechanische Kopplung aller Einzelflächentragwerke vorzunehmen. Als Berechnungsverfahren für die zusammengesetzten Schalen wird das Kraftgrößenverfahren /2/ angewandt. Das nur für den elastischen Bereich gültige Verfahren basiert darauf, dass das mechanisch unbestimmte System in statisch bestimmte Belastungssysteme durch Freischneiden an den Positionen I und II zerlegt wird.

Mit der Vereinfachung, dass die Wanddicke der Hohlwelle viel kleiner als der mittlere Radius ist, ist der Druckunterschied zwischen der elastischen Grenzlast und dem Druck, bei dem die Welle im Fügebereich vollständig plastiziert, zu vernachlässigen. Es lassen sich damit hinsichtlich des Verformungsverhaltens der Welle zwei Fälle unterscheiden:

- Die Welle plastiziert vor dem Anlegen an die Nabe vollständig,
- Die Welle legt sich elastisch an die Nabe an.

#### 4.1 Kopplung der Teilsysteme der Welle

Da sich die Welle bis zum vollständigen Plastizieren ohne Nabeneinfluss ausdehnt, ist zunächst das Übertragungssystem allein für die Welle aufzubauen. Durch die festen Verbindungen der Teilsysteme A, B und C an den Stellen I und II müssen an jedem Schnitufer die Radialverformung



**Bild 4:** Mechanisches Modell der zusammengesetzten Welle, gestrichelte Linien: Radialverformung und Biegeverdrehung durch Randschnittgrößen

$$w_{WN}(x) = \left\{ \begin{array}{l} e^{r(l_1-x)}(U_1 \sin r x + U_2 \cos r x) + \\ + e^{-r(l_2-x)}(U_3 \sin r x + U_4 \cos r x) + \frac{p_i}{4r^4 K_{11}} \end{array} \right\} \quad (6)$$

$$r = \sqrt[4]{k^4 + \frac{\mu_2 \delta_1}{4K_{11}}}, \quad \mu_2, \delta_1 = f(a_N, \Delta h_i, E_{\parallel i}, E_{\perp i}, \nu_{\parallel i}, \nu_{\perp i}, \alpha_i).$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_I \\ M_{II} \\ R_I \\ R_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_i / (4r^4 K_{11}) \\ -p_i / (4r^4 K_{11}) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

und Biegeverdrehung gleich sein. Diese Kontinuität der Formänderung erzwingt an einem Schnittpunkt gleiche Randkräfte und Randmomente (Bild 4).

Da die Radialaufweitung und Biegeverdrehung von zwei Wellenbereichen eines Schnittpunktes gleich sind, lassen sich für die gesamte Welle vier Kompatibilitätsbedingungen herleiten. Setzt man die Gl. (1) und (2) für jedes Wellen-Teilsystem in die Kompatibilitätsbedingungen ein und drückt die Integrationskonstanten durch die Randquerkräfte  $R_I$ ,  $R_{II}$  und die Randbiegemomente  $M_I$ ,  $M_{II}$  aus, resultiert daraus das lineare Gleichungssystem (5).

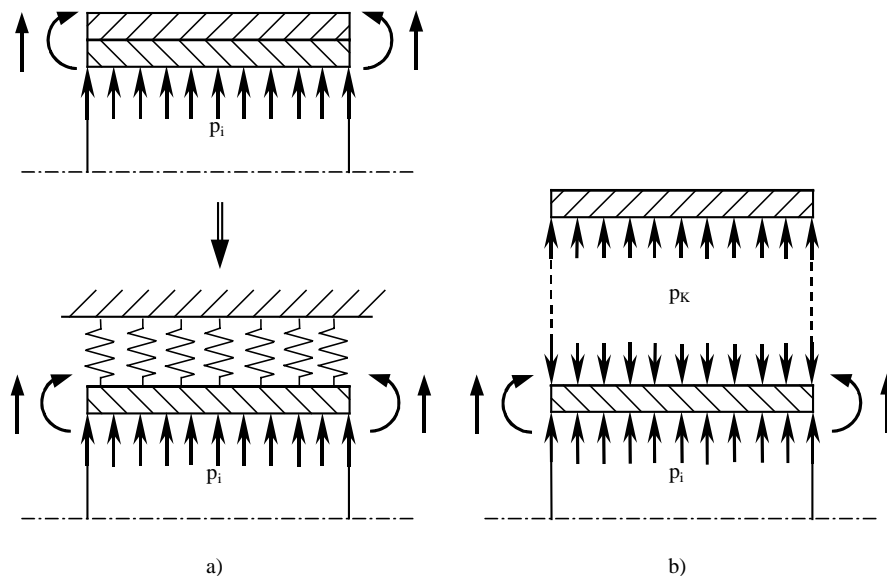
Die durch Lösen des Gleichungssystems zu berechnenden Randstörgrößen  $R_I$ ,  $R_{II}$ ,  $M_I$  und  $M_{II}$  hängen von den Matrixelementen  $T_{ij}$  ab, die wiederum Funktionen der Teilsystemlängen, der Wellendicke, des Mittenradius, der Elastizitätsmoduln und der Querkontraktionszahlen der Welle sind. Neben den Verformungen lassen sich damit auch die Beanspruchungen der Welle in Abhängigkeit der Geometrie- und Werkstoffparameter untersuchen.

## 4.2 Kopplung der Teilsysteme der elastischen Welle und Nabe

Das Fügenspiel von Welle und Nabe ist bei dieser Kopplungsvariante so gering, dass sich die Welle vor Erreichen der elastischen Grenzlast an die Nabe anlegt. Die Nabe behindert dadurch die Wellenverformung. Der Verformungswiderstand beschreibt sich näherungsweise als ein konstanter, zwischen Welle und Nabe herrschender Kontaktdruck (Bild 5).

Die Radialaufweitung der elastischen Welle-Nabe-Kopplung leitet sich unter der Annahme, dass sich Welle und Nabe gleich radial aufweiten, her. Gleichung (6) beschreibt somit die gemeinsame Radialaufweitung beider Bauteile bis zum Erreichen des Plastizierungsdrucks.

Das Übertragungssystem ist analog Abschnitt 4.1 mit den Kompatibilitätsbedingungen aufzustellen, jedoch ist das Wellensegment im Bereich B durch die elastische Welle-Nabe-Kopplung zu ersetzen.



**Bild 5:** a) Verformungswiderstand der Welle durch die Nabe, b) Ersatzmodell mit Kontaktdruck

Für die Randstörgrößen gilt mit den Gl. (3), Gl. (4) und Gl. (6) das Gleichungssystem (7).

Die Matrixelemente  $S_{ij}$  sind Funktionen der Längen, der Dicke bzw. Schichtdicken, des Mittenradius, der Elastizitätsmoduln und der Querkontraktionszahlen von Welle und Nabe.

### 5 Plastizität der Welle

Zum Bestimmen des Passfugendrucks ist es notwendig, den Druck zu bestimmen, bei dem die Welle im Bereich B entlang der Wanddicke vollständig plastiziert /1/. Dieser Druck wird nach dem Traglastverfahren berechnet /7/.

Für den Plastizierungsdruck der Welle ohne Einfluss der Nabe gilt unter Anwenden der modifizierten Huber-von-Mises-Hencky-Fließbedingung /8/ für orthotrope, elastisch-idealplastische Werkstoffe Gl. (8).

Bei Betrachtung der elastischen Welle-Nabe-Kopplung bewirkt der Steifigkeitseinfluss der Nabe, dass ein bestimmter Verformungs- und damit Spannungszustand im Vergleich zur Wellenausdehnung ohne Nabe einen höheren Innendruck voraussetzt. Somit ist auch die Fließbedingung erst bei einem höheren Innendruck erfüllt. Der Druck, bei dem die Welle in der Welle-Nabe-Kopplung plastiziert, ist damit höher als der entsprechende Druck ohne Einfluss der Nabe. Für den Plastizierungsdruck der Welle-Nabe-Kopplung gilt unter Berücksichtigung des wirkenden Kontaktdrucks Gl. (9).

Die Konstanten  $Y_{1-3}$  und  $Z_{1-3}$  lassen sich aus dem Gleichungssystem (5) bzw. (7) berechnen, indem man die Koeffizienten des Innendrucks  $p_i$  für die Randschnittgrößen  $M_i$ ,  $M_{II}$  und  $R_i$  ermittelt.

### 6 Passfugendruck

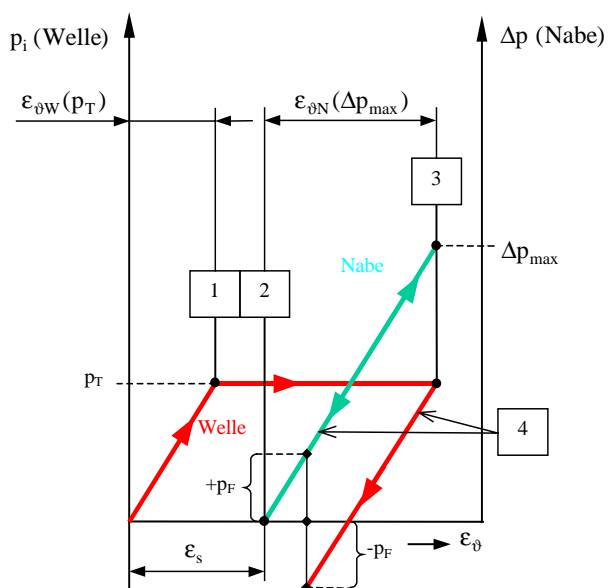
Die sich nach der Druckrücknahme einstellende Passfugendruckverteilung lässt sich aus den Umfangsdehnungen von Welle und Nabe als Funktion der Längskoordinate  $x$ , dem Plastizierungsdruck der Welle und dem oberen Grenzfügedruck herleiten. Die Berechnungen leiten sich dabei aus Druck-Dehnungs-Diagrammen ab.

#### 6.1 Kopplung von plastischer Welle und elastischer Nabe

Durch den anliegenden Innendruck  $p_i$  weitet sich die Welle radial auf und plastiziert vor dem Anlegen an die Nabe vollständig im Bereich B (vgl. Punkt 1 in Bild 6). Die Welle schmiegt sich im plastischen Zustand an die Nabe an (Punkt 2). Bei weiterer Druckzunahme dehnen sich plastische Welle und elastische Nabe nach den Annahmen der Schalentheorie mit gleicher Umfangsdehnung. Da die Welle im plastischen Zustand nicht zur Steifigkeit des Systems Welle-Nabe beiträgt, entspricht das Dehnungsverhalten der Welle-Nabe-Kopplung für  $p_i > p_T$  dem Dehnungsverhalten der Nabe ohne Welleneinfluss. Der Innendruck wirkt auf die plastische Welle, die wiederum einen Kontaktdruck auf die Nabe ausübt. Da die Welle erst nach Erreichen des Plastizierungsdrucks mit der Nabe in Kontakt tritt, lässt sich der Kontaktdruck durch den Differenzdruck  $\Delta p = (p_i - p_T)$  annähern. Nach Erreichen des maximalen Fügedrucks bzw. der maximalen Druckdifferenz auf die Nabe  $\Delta p_{max}$  (Punkt 3) wird der Innendruck zurückgenommen und beide Bauteile kontrahieren gemäß ihrer Elastizitätskennlinie (Bereich 4).

Es bildet sich dann eine kraftschlüssige Verbindung aus, wenn die bleibende Dehnung der Welle die vollständige Rückverformung der Nabe verhindert. Der zwischen den Bauteilen entstehende Kontaktdruck nach Druckrücknahme ist der Passfugendruck  $p_F$ .

Die Rückdehnungen  $\epsilon_{\partial W}$  und  $\epsilon_{\partial N}$  von Welle bzw. Nabe sind rein elastisch und damit gleich den Dehnungen aus dem unbelasteten Zustand der Bauteile bis zum Druck  $p_T$  bzw.  $\Delta p$ . Mit der Annahme, dass der Druck  $p_T$  der elastischen



**Bild 6:** Druck-Dehnungs-Schaubild der Kopplung von plastischer Welle und elastischer Nabe

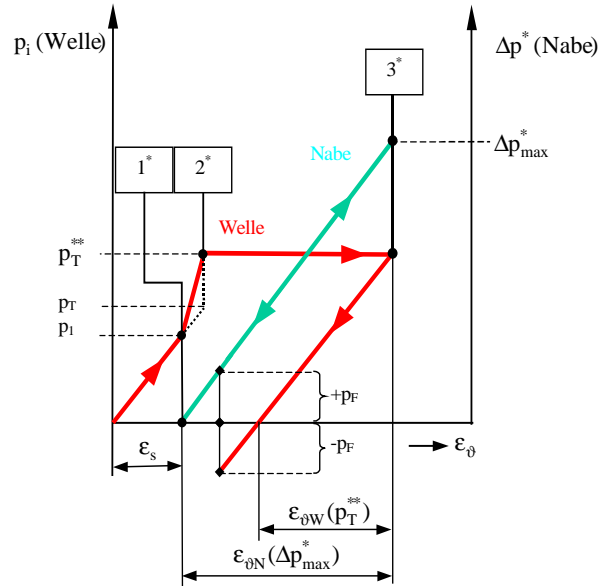
Grenzlast der Welle entspricht, lässt sich die Dehnung bis Erreichen des Drucks  $p_T$  durch die elastischen Radialaufweitungen in Gl. (1) und (3) ausdrücken. Die Radialrückverschiebung der Welle ist gleich der Radialverformung des Teilsystems B nach der Übergangskopplung in Kapitel 4.1 mit  $p_T$  als Innendruck. Die Rückverformung der Nabe ist gleich  $w_N(x)$  nach Gl. (3) mit  $\Delta p$  als Druckbelastung. Für die Passfugendruckfunktion ergibt sich damit gemäß Bild 6 Gl. (10).

## 6.2 Kopplung von elastischer Welle und Nabe

Bei anliegendem Innendruck überwindet die Welle das Fügespiel und legt sich bei Druck  $p_1$  elastisch an die Nabe an (Punkt 1\* in Bild 7). Da die Welle schon durch  $p_1$  belastet ist, ist die notwendige Innendruckzunahme bis zum Plastizieren kleiner als  $p_T^*$ . Für den Plastizierungsdruck  $p_T^{**}$  gilt unter Einbeziehen des Fügespiels s Gl. (11).

Bei einem Innendruck  $p_i > p_T^{**}$  (Punkt 2\* in Bild 7) ist die Belastung der Nabe durch den Differenzdruck  $\Delta p^* = (p_i - p_1)$  anzunähern. Nach Erreichen des maximalen Fügedrucks (Punkt 3\* in Bild 7) wird der Innendruck zurückgenommen und beide Bauteile kontrahieren.

Die Radialrückverschiebung der Welle  $w_B^*(x)$  ist gleich der Radialverformung des Teilsystems B nach der Übergangskopplung in Kapitel 4.1 mit



**Bild 7:** Druck-Dehnungs-Schaubild für die elastische Welle-Nabe-Kopplung

$p_T^{**}$  als Innendruck. Die Rückverformung der Nabe ist gleich  $w_N(x)$  nach Gl. (3) mit  $\Delta p^*$  als Druckbelastung. Für den Passfugendruckverlauf gilt damit Gleichung (12).

## 6.3 Berechnungsergebnisse

Das in diesem Aufsatz behandelte Verfahren zum Berechnen der Passfugendruckverteilung wurden in ein Berechnungsprogramm implementiert. Auf diese Weise lassen sich die funktionalen Abhängigkeiten des Passfugendrucks von den

$$p_T = \frac{\frac{2h}{\sqrt{\alpha_{22} a}} (\cosh[\kappa'(l_1 - l_2)] - 1) \sigma_F}{[\kappa'(\kappa' Y_1 + Y_3) + 1] \tilde{t}^{-1} + [\kappa'(\kappa' Y_1 - Y_3) + 1] \tilde{t} + 2(Y_2 \kappa'^2 - 1)}, \quad (8)$$

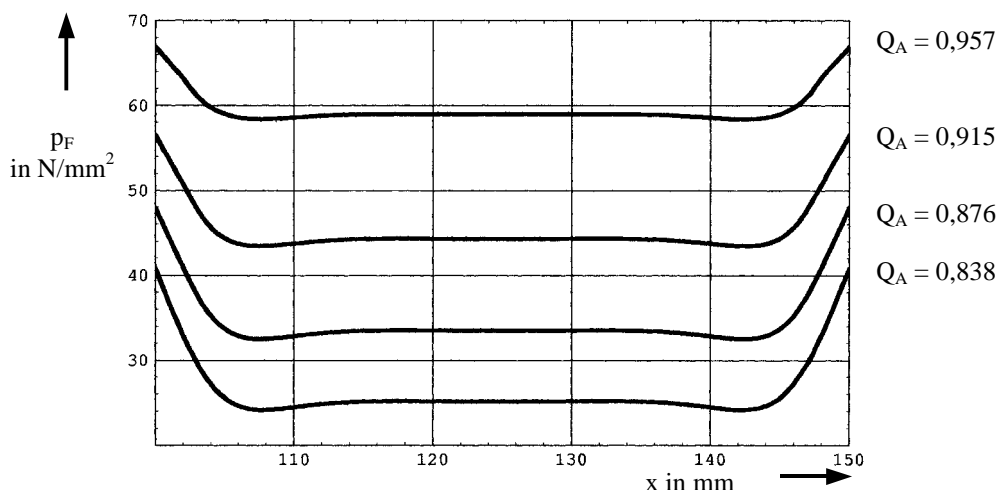
$$\tilde{t} = e^{\kappa'(l_1 - l_2)}, \quad \kappa' = \sqrt{\frac{2\alpha_{12}}{\alpha_{22} a h}},$$

$$p_T^* = \frac{\frac{2h}{\sqrt{\alpha_{22} a}} \left(1 + \frac{\mu_2 \delta_1}{4\kappa'^4 K_{11}}\right) (\cosh[\kappa'(l_2 - l_1)] - 1) \sigma_F}{[\kappa'(\kappa' Z_1 - Z_3) + 1] \tilde{t}^{-1} + [\kappa'(\kappa' Z_1 + Z_3) + 1] \tilde{t} + 2(Z_2 \kappa'^2 - 1)}, \quad (9)$$

$$p_F(x, \Delta p) = (w_N(x, \Delta p) - w_B(x)) \cdot \frac{p_T \Delta p_{\max}}{p_T w_N(x) + \Delta p_{\max} w_B(x)}, \quad (10)$$

$$p_T^{**} = \frac{\frac{2h}{\sqrt{\alpha_{22} a}} \left(1 + \frac{\mu_2 \delta_1}{4\kappa'^4 K_{11}}\right) (\cosh[\kappa'(l_2 - l_1)] - 1) \sigma_F}{[\kappa'(\kappa' Y_1 - Y_3) + 1] \tilde{t}^{-1} + [\kappa'(\kappa' Y_1 + Y_3) + 1] \tilde{t} + 2(Y_2 \kappa'^2 - 1)} - \frac{s}{2} \mu_2 \delta_1, \quad (11)$$

$$p_F(x, \Delta p^*) = (w_N(x, \Delta p^*) - w_B^*(x)) \cdot \frac{p_T^{**} \Delta p_{\max}^*}{p_T^{**} w_N(x) + \Delta p_{\max}^* w_B^*(x)}. \quad (12)$$



**Bild 8:** Passfugendruck in Abhängigkeit des Nabendurchmesserhältnisses,  $Q_1 = 0,85$ ,  $l_1 = 100$  mm,  $l_2 = 150$  mm,  $L = 250$  mm,  $p_{\text{max}} = 100$  N/mm<sup>2</sup>,  $\Delta p_{\text{max}} = 80$  N/mm<sup>2</sup>, Welle: Stahl,  $E_x = E_\theta = 210000$  N/mm<sup>2</sup>,  $\nu_{\theta x} = \nu_{x\theta} = 0,3$ ,  $\sigma_F = 300$  N/mm<sup>2</sup>, Nabe: FVW, T 400/Fibredux 6376 mit 60% Faservolumen,  $n = 8$ ,  $\alpha_{1-8} = 90^\circ$ ,  $\Delta h_{1-8} = 0,25$  mm,  $E_\perp = 9140$  N/mm<sup>2</sup>,  $E_{||} = 137200$  N/mm<sup>2</sup>,  $\nu_{\perp||} = 0,019$ ,  $\nu_{||\perp} = 0,29$

Durchmesserhältnissen bzw. Längenbereichen außerhalb der Fügezone, der Fügelänge, dem Fügedruck und den oberen Belastungsgrenzwerten von Welle und Nabe ermitteln und grafisch darstellen. Die analytischen Ergebnisse wurden mit Hilfe umfangreicher FEM-Simulationen verifiziert.

Bild 8 zeigt beispielhaft die Abhängigkeit des Passfugendrucks von dem Nabendurchmesser Verhältnis  $Q_A$  bei Kopplung von plastischer Welle und elastischer Nabe.

## 7 Zusammenfassung

Das Verfahren zeigt, dass eine analytische Berechnung der Passfugendruckverteilung einer innenhochdruckgefügten Welle-Nabe-Verbindung möglich ist. Der Rechnung liegt ein Übertragungssystem zwischen zusammengesetzter Hohlwelle und Nabe zu Grunde, das es erlaubt, die Einflüsse der Einzelelemente auf das Welle-Nabe-System zu untersuchen. Die Ergebnisse wurden in eine Berechnungssoftware umgesetzt und durch FEM-Simulationen verifiziert.

Um dem Leichtbaucharakter der Verbindungstechnik Rechnung zu tragen, wurde neben Stahl als Wellen- und Nabenwerkstoff schwerpunktmäßig die Kombination von Stahl-Welle mit Faserverbund-Nabe analysiert.

Die Rechnungen sind durch die verwendete Schalentheorie nur auf dünnwandige Bauteile anzuwenden, jedoch erlaubt die Theorie durch das

Vernachlässigen der Spannung in Dickenrichtung eine Übergangskopplung.

## 8 Literatur

- /1/ Grünendick, T.: Das „hydraulische Aufweiten“ im neuen Gewand – IHF sorgt für festen Presssitz -. In: IMW-Institutsmitteilung Nr. 26 (2001), TU Clausthal
- /2/ Schnell, W.; Eschenauer, H.: Elastizitätstheorie II: Schalen. 1. Aufl. Mannheim: B. I.-Wissenschaftsverlag, 1984
- /3/ Flügge, W.: Statik und Dynamik der Schalen. 3. Aufl. Berlin: Springer, 1981
- /4/ Uhrig, R.: Elastostatik und Elastokinetik in Matrixschreibweise. 1. Aufl. Berlin: Springer, 1973
- /5/ Hermann, A. S.: Vorlesung Mechanik der Faserverbundwerkstoffe I. Technische Universität Clausthal, 1996
- /6/ Pestel, E.; Wittenburg, J.: Technische Mechanik, Band 2: Festigkeitslehre. 1. Aufl. Mannheim: B.-I.-Wissenschaftsverlag, 1981
- /7/ Reckling, K.-A.: Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme. 1. Aufl. Berlin: Springer, 1967
- /8/ Hill, R.: The mathematical theory of plasticity. Oxford: Clarendon Press, 1950

<b>9</b>	<b>Indizes</b>		$\psi_x$	rad	Biegeverdrehung um die $\vartheta$ -Achse
B		Teilsystem B der Welle			
i		i-te Laminatschicht	$Q_A$	-	Nabendurchmesser- verhältnis
max		maximal			
N		Nabe	$Q_I$	-	Wellendurchmesser- verhältnis
$\vartheta$		$\vartheta$ -Richtung			
W		Welle	R	N/mm	Randquerkraft je Längeneinheit
WN		Welle-Nabe-Kopplung			
x		x-Richtung	S	mm/N, mm <sup>2</sup> /N	Übergangsmatrix der elastischen Welle-Nabe- Kopplung
z		z-Richtung			
		parallel zur Faser			
⊥		senkrecht zur Faser	s	mm	Fügespiel
			$\sigma_F$	N/mm <sup>2</sup>	Fließspannung
			T	-	Übergangsmatrix der Kopplung von plastischer Welle und elastischer Nabe
<b>10</b>	<b>Formelzeichen</b>				
a	mm	Mittenradius			
$\alpha$	°	Faserwinkel	$U_k$	mm	Integrationskonstanten
$\alpha_{ij}$	-	Anisotropieparameter	$\vartheta$	rad	Drehwinkel
$C_k$	mm	Integrationskonstanten	w	mm	Radialaufweitung
$\varepsilon_S$	-	Halbes Fügespiel bezogen auf den Mittenradius			
$\varepsilon_{\vartheta}$	-	Umfangsdehnung			
E	N/mm <sup>2</sup>	Elastizitätsmodul			
$H_k$	mm	Integrationskonstanten			
h	mm	Wanddicke der Welle			
$\Delta h$	mm	Schichtdicke einer Laminat- schicht			
L	mm	Gesamtlänge der Welle			
$l_1$	mm	Länge des Teilsystems A der Welle			
$l_2$	mm	Länge der Teilsysteme A und B der Welle			
M	N	Randbiegemoment je Längeneinheit			
n	-	Gesamtschichtzahl der Nabe			
v	-	Querkontraktionszahl			
$p_F$	N/mm <sup>2</sup>	Passfugendruck			
$p_i$	N/mm <sup>2</sup>	Innendruck			
$p_T$	N/mm <sup>2</sup>	Plastifizierungsdruck der Welle ohne Nabeneinfluss			
$p_T^*$	N/mm <sup>2</sup>	Plastifizierungsdruck der Welle-Nabe-Kopplung			
$p_T^{**}$	N/mm <sup>2</sup>	Plastifizierungsdruck der Welle-Nabe-Kopplung als Funktion des Fügespiels			
$\Delta p$	N/mm <sup>2</sup>	Druckbelastung der Nabe bei Kopplung von plastischer Welle und elastischer Nabe			
$\Delta p^*$	N/mm <sup>2</sup>	Druckbelastung der Nabe bei elastischer Welle-Nabe- Kopplung			