

# Einflüsse der geometrischen Gestaltung von Zahnwellen-Verbindungen mit Evolventen-Zahnprofil auf deren Beanspruchungsverhalten

Qingsong H.; Schäfer G.

*Zahnwellen-Verbindungen mit Evolventen-Zahnprofil besitzen Spannungskonzentrationen im Zahnfuß im Kontaktbereich und Verzahnungsauslauf. Die Geometrie der Welle und der Nabe, sowie die Belastungsarten beeinflussen die Spannungskonzentration in der Verbindung. Die Bestimmung zugehöriger Formzahlen kann durch analytische und numerische Rechnungen (FEM) erfolgen. Am Institute für Maschinenwesen werden seit langen Jahren umfangreiche Untersuchungen über Zahnwellen-Verbindungen durchgeführt.*

*Involute spline has a stress concentration in the tooth feet, and this concentration of stress would be defined as Formzahl. The geometry of the shaft and the hub, the loadings etc. have important effects on stress concentration of the connections. The calculation of Formzahl could be carried out through theoretical or computer-aided calculations. In the last years a lot of research work about involute splines have been done at the Institute für Maschinenwesen.*

## 1 Einleitung

Zahnwellen-Verbindungen gehören zu den grundlegenden Verbindungselementen des Maschinenbaus wegen ihrer hohen Drehmoment-Übertragungsfähigkeit und axialen Verschiebbarkeit. Die Schäden an diesen Verbindungen lassen sich grob in zwei Gruppen einteilen: Bruchschäden und Schäden durch Flankenverschleiß. Ursache für den Bruch ist häufig die Kerbwirkung im Zahnfuß und die verbundene Spannungskonzentration. Die Kerbwirkung ist eine der wichtigsten Einflussgrößen auf die Schwingfestigkeit der Zahnwellen-Verbindungen.

Die kerbbedingte Spannungskonzentration wird mit Hilfe der Formzahl definiert. Dazu wird die höchste, in der FE-Rechnung oder durch theoretische Rechnungen ermittelte Kerbspannung zur analytisch berechneten Spannung im ungestörten Querschnitt ins Verhältnis gesetzt /2/:

$$\alpha_K = \frac{\text{maximale Kerbspannung}}{\text{Nennspannung}} \quad (1.1)$$

Diese Methodik wurde für die Welle und Nabe nach DIN 5480 mit geometrischen Variationen unter verschiedenen Belastungsarten durchgeführt:

- **Wellenparameter:** Zähnezahl (Bezugsdurchmesser der Wellen sind gleich); Radius R des Zahnauslaufs (**Bild 2.2**); Verhältnis Verzahnungslänge der Welle zur Verzahnungslänge der Nabe; Verschleißzustand der Flanken
- **Nabe:** Breite der Nabe; Nabe mit oder ohne Flansch

Die Untersuchungen zum Einfluß der Geometrie bei Zahnwellen-Verbindungen unter reiner Torsion werden durch FE-Sektormodelle von Welle und Nabe mit Flankenkontaktelementen durchgeführt. Die Einspannebene ist im ungestörten Bereich der Welle vor der Verzahnung.

Für alle FE-Modelle der Verbindungen nach DIN 5480 45x2x21 hat die Nabe einen Außendurchmesser  $d_{e2} = 90\text{mm}$  und eine Verbindungsbreite  $b = 25\text{mm}$ .

## 2 Formzahl der Welle bei reinem Drehmoment

Das Beanspruchungsverhalten im Zahnfuß einer mit Drehmoment belasteten Zahnwellen-Verbindung wird durch verschiedene geometrische Faktoren beeinflusst. Reines Drehmoment  $T = 1500\text{ Nm}$  wird am äusseren Rand der Nabe beim Verbindungsende eingeleitet.

Der Nenndurchmesser der Zahnwelle wird berechnet nach /3/

$$d_h = d + 0,15 \cdot \left(\frac{d}{D}\right) \cdot (D - d) \quad (2.1)$$

Für Zahnwelle DIN 5480-W 45x2x21,

$$d_h = 40,4 + 0,15 \cdot \left(\frac{40,4}{44,6}\right) \cdot (44,6 - 40,4) = 41,5\text{mm}$$

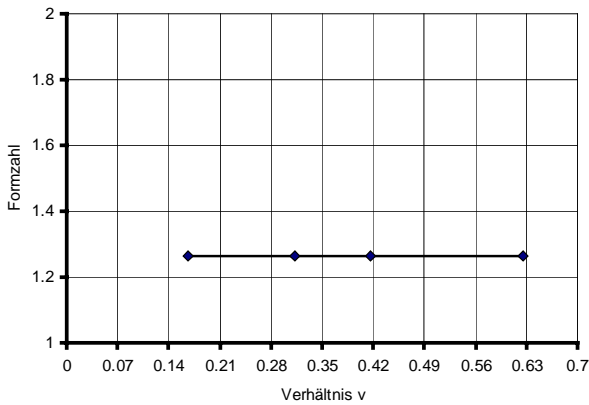
Nennspannung

$$\sigma_{\text{Nenn}} = \frac{T}{W_{T\text{Nenn}}} \quad (2.2)$$

Für Zahnwelle DIN 5480-W 45x2x21 unter Drehmoment  $T = 1500\text{ Nm}$ ,

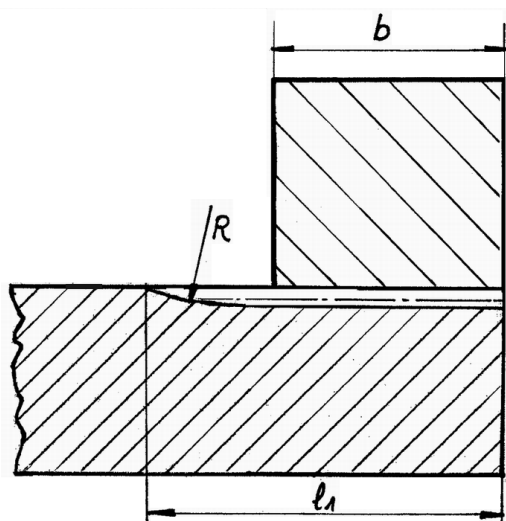
$$\sigma_{Nenn} = \frac{1500000Nmm}{\frac{3,142 \times 41,5^3}{32}} = 213,7Nmm^{-2}$$

Die FE-Berechnungen wurden für geometrische Variationen bezüglich der Längenverhältnisse der Wellen- und Nabenverzahnungen durchgeführt. Sie zeigen, dass das Verhältnis der Verzahnungslänge der Nabe  $b$  (Kontakbreite) zur Verzahnungslänge der Welle  $l_1$   $v = b/l_1$  fast keinen Einfluss auf die Formzahl hat. **Bild 2.1** zeigt die Formzahl der Welle in Abhängigkeit der Längenverhältnisse  $v$ .



**Bild 2.1:** Formzahl der Welle in Abhängigkeit vom Verhältnis Verzahnungslänge der Nabe zu Verzahnungslänge der Welle

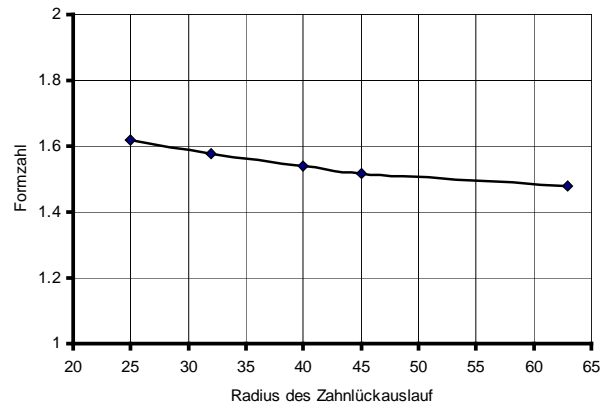
Die folgenden Berechnungen zeigen den Einfluss des Zahnlückenauslaufs auf den Spannungsverlauf im Zahnfuß. Beim Wälzfräsen wird ein Radius  $25 < R < 40$  in der Praxis gefertigt, **Bild 2.2**. Eine feste Normvorgabe für die Fertigung des Zahnlückenauslaufes existiert nicht. Die Zahnwellen-Verbindungen mit sonst gleichen Randbedingung haben verschiedene Formzahlen wegen der verschiedenen Radien des Zahnlückenauslaufes, **Bild 2.3**.



**Bild 2.2:** Geometrie des Zahnlückenauslaufes, bei der Fertigung der Zahnwelle  $25 < R < 40$

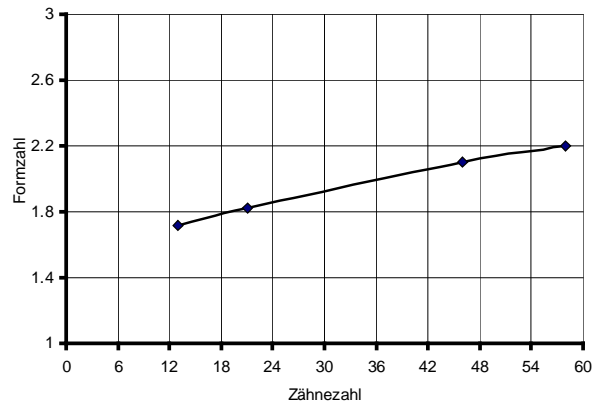
Zahnwellen, die mit größerem Radius am Zahnauslauf gefertigt sind, haben kleinere

Formzahlen, d.h., je größer der Radius des Zahnauslaufes ist, desto kleiner ist die Formzahl der Welle.



**Bild 2.3:** Formzahl der Zahnwelle in Abhängigkeit vom Radius des Zahnauslaufes

Den Einfluss der Zähnezah (z>6) auf die Formzahl der Zahnwelle zeigt **Bild 2.4** für Zahnwellen nach DIN 5480 mit konstantem Bezugsdurchmesser  $d_B$ .



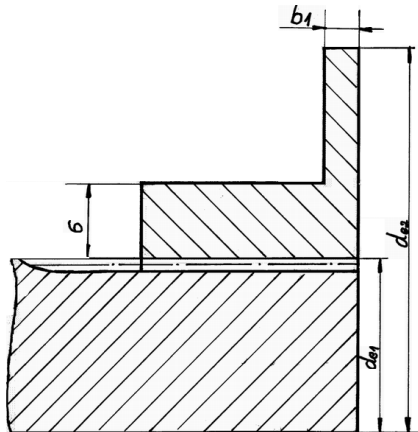
**Bild 2.4:** Formzahl der Zahnwelle bei gleichem Bezugsdurchmesser in Abhängigkeit von der Zähnezah

Beim Vergleich der Formzahlen in der Wellen können grundsätzliche Unterschiede zwischen kleinen und großen Zähnezahlen festgelegt werden. Mit steigender Zähnezah nimmt die Formzahl der Welle zu. Die unterschiedliche Ausprägung der Formzahl kann durch die größere Zahnsteifigkeit bei hoher Zähnezah erklärt werden.

Der Nabenaussendurchmesser, die Einspannung der Nabe, ob die Nabe mit oder ohne Flansch ausgeführt ist u.a. beeinflussen das Spannungsverhalten im Zahnfuß der Welle-Nabe-Verbindungen. Ab einem Verhältnis Nabenaussendurchmesser zu Bezugsdurchmesser  $d_{e2}/d_B > 2$  ist die Steifigkeit nahezu unabhängig von der Nabeneinspannung und dem Nabenaussendurchmesser /3/.

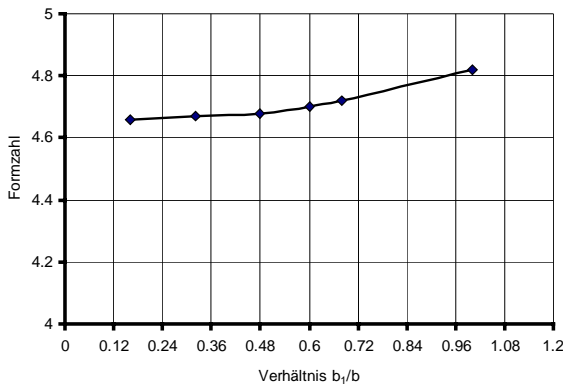
Die Breite der Nabenschultern beeinflusst die Steifigkeit der Nabe, damit auch als Rückwirkung die Formzahl der Welle.

Im nächsten Untersuchungsschritt wird die Nabenaussengeometrie in der Art eines Flansches ausgebildet. Damit ergibt sich eine axial veränderliche Nabensteifigkeit.



**Bild 2.5:** Welle-Nabe-Verbindung, Nabe mit Flansch

Naben mit sehr dünnem Flansch haben eine geringe Steifigkeit, d.h., Welle-Nabe-Verbindungen mit dünnem Flansch erzeugen eine kleinere Spannungskonzentration (Formzahl) im Zahnfuß der Welle, **Bild 2.6**.



**Bild 2.6:** Formzahl der Welle in Abhängigkeit von der Flanschbreite

Geometrische Faktoren der Welle-Nabe-Verbindungen haben grundsätzliche Einflüsse auf die Spannungsverteilung im Zahnfuß der Welle. Dies gilt bei allen Belastungsarten, z.B., reines Drehmoment, reines Biegemoment, oder unter der Kombination zwischen Biegemoment, Torsion und Querkraft. Die bisher betrachteten Verbindungen sind nach DIN 5480, ideale verschleißfreie Verbindungen.

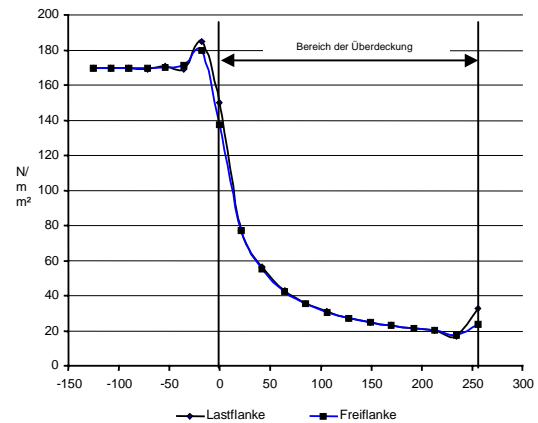
**3 Verschlossene Zahnwellen-Verbindungen unter reiner Torsion**

In der Praxis tritt, abhängig von der Laufzeit, grundsätzlich ein bestimmter Verschleiß auf. Bei extremem Verschleiß wird die Steifigkeit des Zahnes reduziert bei deutlichem Verdrehspiel. Die zweite Versagensursache ist der Dauerbruch im Zahnfuß oder der gesamten Welle.

Der Verschleiß auf den Zahnflanken beeinflusst die Lastverteilung innerhalb der Verbindung und wirkt sich somit auf die lokale Beanspruchungshöhe aus. Letztendlich kann dies zu einer lokalen Verschiebung des Dauerbruchbeginns führen.

Das Beanspruchungsverhalten einer Zahnwellen-Verbindung mit verschlissenen Zähnen kann durch ein volles FE-Volumenmodell simuliert werden. Vergleichend wird auch ein ideales FE-Modell mit gleichen Randbedingungen berechnet und ausgewertet.

**Bild 3.1** zeigt den Spannungsverlauf im Zahnfuß der Zug- und Druckseite der Wellenzähne unter reiner Torsion  $T=100.000 \text{ Nm}$ , DIN 5480x5x34.



**Bild 3.1:** Spannungsverlauf im Zahnfuß der Welle, unverschlissen, reines Drehmoment

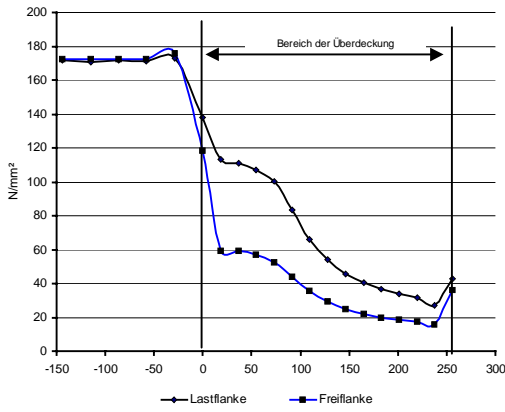
Zahnwellen mit idealem Zahnprofil haben eine Spannungsspitze im ungestörten Bereich. Die Spannungen im Zahnfuß auf der Zug- und Druckseite sind fast gleich groß im gesamten verzahnten Bereich. Unabhängig davon, ob es der mit der Nabe gemeinsame verzahnte Bereich ist oder der davor liegende ungestörte Wellenbereich.

Für das FE-Modell der verschlissenen Verbindung wurde an allen Zähnen der gleiche Verschleiß angenommen. Die Verschleißhöhe über der Axialkoordinate  $z$  wurde an einem realen Bauteil mittels Zahnweitenmessung gemäß **Tabelle 3.1** ermittelt.

$z$ (mm)	156	176	215	229	385
$s_1$ (mm)	10,12	10,20	10,28	10,36	10,39

**Tab.3.1:** Zahndicke in Abhängigkeit von dem Abstand zur Einspannebene

Die Spannungsverteilung der Zug- und Druckseite einer solchen Verbindung ist in **Bild 3.2** gezeigt.



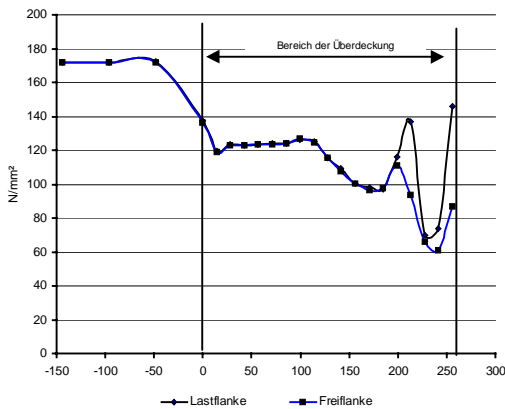
**Bild 3.2:** Spannungsverlauf im Zahnfuß der ganzen Welle, kleinerer Verschleiß

Die maximale Vergleichsspannung im Zahnfuß der verschlissenen Welle ist deutlich kleiner als die von der idealen Welle, der Grund dafür ist der verschleißbedingte Flankenangleich. Im Kontaktbereich ist die Spannung im Zahnfuß der Zugseite größer als die der Druckseite.

Ist der Verschleißbetrag noch größer, **Tabelle 3.2**, dann tritt sogar am lastfreien Verbindungsende ein Spannungspk auf. Die Unterschiede zwischen den Spannungen von Zug- und Druckseite ist sehr klein, **Bild 3.3**.

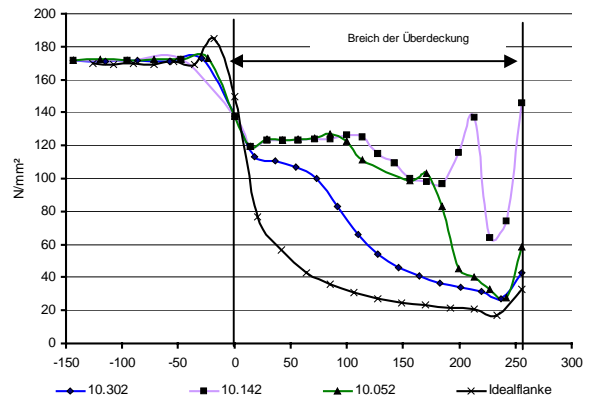
z (mm)	156	176	215	229	385
$s_1$ (mm)	10,02	10,10	10,18	10,26	10,30

**Tab.3.2:** Zahndicke in Abhängigkeit von dem Abstand zur Einspannebene

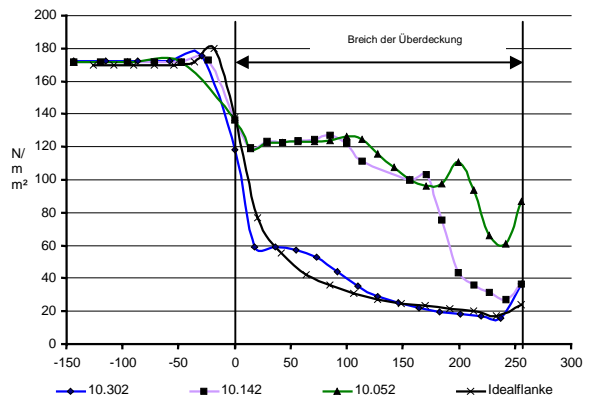


**Bild 3.3** Spannungsverlauf im Zahnfuß der Welle, bei größerem Verschleiß

Die Verschleißhöhe hat Einfluss auf den Spannungsverlauf im Zahnfuß. **Bild 3.4** und **Bild 3.5** zeigen die Spannungsverteilungen der Zug- und Druckseite von verschieden stark verschlissenen Zahnwellen-Verbindungen.



**Bild 3.4:** Spannungsverlauf im Zahnfuß der Zugseite, in Abhängigkeit von der Verschleißhöhe (Zahndicke am Verbindungsanfang)



**Bild 3.5:** Spannungsverlauf im Zahnfuß der Druckseite, in Abhängigkeit von der Verschleißhöhe (Zahndicke am Verbindungsanfang)

#### 4 Zusammenfassung

Der Spannungsverlauf im Zahnfuß einer Zahnwellen-Verbindungen wird durch verschiedene geometrische Faktoren beeinflusst. Für ideale Zahnwellen-Verbindungen unter reinem Drehmoment, durch die Struktur der Nabe, z.B., mit oder ohne Flansch, die Breite des Flansches; der Radius des Zahnlückenauslauf, die Zähnezah, das Verhältnis des Zahnfußrundungsradius zum Modul, die Verbindungslänge, den Nabenaußendurchmesser, u.a., alle diese Parameter haben Einfluss auf den Spannungsverlauf im Zahnfuß der Welle und Nabe. Andere geometrische Einflüsse, z.B., umlaufende Sicherungsringnut, die Lage der Nabe, u.a., haben auch Einfluss auf die Spannungskonzentration. Entsprechende Verschleiß- und allgemein Einflußsimulationen können mit FEM gemacht werden. Die weitere Aufgabe in diesem Gebiet ist, Welle-Nabe-Verbindung unter elastischen und teilplastischen Materialeigenschaften zu berechnen. Ziel ist es die Dauerschwingfestigkeitseigenschaften von Welle-Nabe-Verbindungen durch FEM zu simulieren. Dies

alles muß zur Verifizierung im Vergleich zu den Ergebnisse von Prüfstandsversuchen erfolgen.

### Literatur

/1/ Dietz, P.: die Berechnungen von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen. Büttelborn, 1978

/2/ Birkholz, H.: Untersuchungen zum Beanspruchungsverhalten spielbehafteter Längsstiftverbindungen. Mitteilung IMW, Clausthal-Zellerfeld, 2001

/3/ Wesolowski, K.: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festigkeitsnachweise drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung. Fortschrittberichte VDI Düsseldorf 1997