

Untersuchungen zum Beanspruchungsverhalten spielbehafteter Längsstiftverbindungen

Birkholz, H.

Für den Festigkeitsnachweis spielbehafteter Längsstift-Verbindungen existieren zurzeit keine erweiterten Dimensionierungsgrundlagen, in der Fachliteratur werden lediglich einfachste Berechnungsgleichungen zur Auslegung gegen Flächenpressung und Abscheren des Stiftes angegeben. Der Einfluss verschiedener Geometrieparameter bleibt dabei unberücksichtigt. Am Institut für Maschinenwesen wurden umfangreiche Untersuchungen zum Beanspruchungsverhalten drehmomentbelasteter Längsstiftverbindungen durchgeführt.

For the check of longitudinal pin connections with clearance are no extended sizing bases existing, in the technical literature only simplest calculation equations are indicated. The influence of different geometry parameters remains unconsidered. At the Institut für Maschinenwesen extensive investigations were executed for the behavior of torque-loaded longitudinal pin connections.

1 Stand der Technik

Längsstiftverbindungen bestehen aus axial am Umfang angeordneten Stiften als Mitnehmerelemente (**Bild 1**). Die Stifte können dabei nach Anzahl und Anordnung variieren.

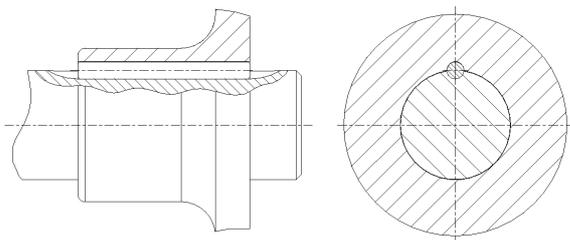


Bild 1: Längsstift als Mitnehmerelement in einer Welle-Nabe-Verbindung

Unterlagen zur Auslegung spielbehafteter Längsstiftverbindungen existieren nicht /1/. Es erscheint aber zulässig, die Angaben für spielfreie Verbindungen als Anhaltspunkte zu verwenden. Auch diese Auslegungshinweise fallen aber sehr kurz aus. Am Institut für Maschinenwesen wurden im Rahmen eines von der DFG geförderten Forschungsprojektes erste Dimensionierungsgrundla-

gen für spielbehaftete Längsstiftverbindungen erarbeitet.

2 Ermittlung von Formzahlen

2.1 Formzahlen für Torsion

Auf Grund des Mangels an Erkenntnissen über die Gestalt- und Dauerfestigkeit von Wellen und Naben, die durch eine halbkreisförmige Nut in axialer Richtung geschwächt sind /2/, konzentrierten sich die Arbeiten zunächst auf die Ermittlung von Formzahldiagrammen für Welle und Nabe mit Hilfe der Finiten-Element-Methode. Dazu wird die höchste, in der FE-Rechnung ermittelte Kerbspannung zur analytisch berechneten Spannung im ungestörten Querschnitt ins Verhältnis gesetzt:

$$\alpha_k = \frac{\text{maximale Kerbspannung aus FEM}}{\text{Nennspannung, rechnerisch}} \quad (1)$$

Diese Methodik wurde für die wellen- und nabenseitige Nut bei verschiedenen Belastungsarten und Geometrievariationen durchgeführt:

- **Welle:** Verhältnis von Stiftdurchmesser zu Wellendurchmesser d_s/d_W ; Anzahl der Mitnehmerelemente
- **Nabe:** Verhältnis von Nabenaußendurchmesser zu Wellendurchmesser $d_{a,N}/d_W$ bei verschiedenen d_s/d_W ; Anzahl der Mitnehmerelemente

Zur Klärung der Einspann- und Lastbedingungen wurde zunächst für jeweils eine ungeschwächte Geometrie analytisch und mittels FEM die Beanspruchung ermittelt. Die gewählten Randbedingungen in Anlehnung an /8/ hatten maximale Abweichungen zur analytischen Rechnung von < 1% zur Folge, d.h. es wurde eine ausreichend hohe Genauigkeit sicher gestellt. Die Lage der Stifte wurde so angesetzt, dass der Fugenradius zwischen Welle und Nabe durch den Stiftmittelpunkt verläuft. Anschließend erfolgten die Parameterrechnungen unter Anwendung dieser Randbedingungen. **Bild 2** zeigt das Formzahldiagramm der Welle für Torsion.

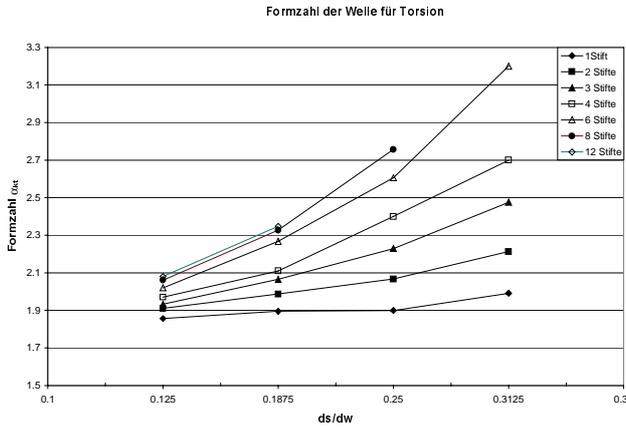


Bild 2: Torsionsformzahl für die Welle für verschiedene Verhältnisse d_s/d_w und n Stifte

Für 8 und 12 Stifte ergaben sich bei $d_s/d_w > 0,25$ bzw. $0,1875$ keine sinnvollen Geometrien mehr, so dass Formzahlen für diesen Bereich nicht ermittelt werden konnten. Aus den Kurven wurden anschließend Gleichungen zur analytischen Ermittlung der Formzahlen abgeleitet.

Es ist zu bemerken, dass, obwohl mit steigendem Verhältnis d_s/d_w der Kerbradius zunimmt und somit günstiger ausfällt, ein Ansteigen der Formzahlwerte eintritt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Einfluss der verminderten tragenden Querschnittsfläche den Einfluss des vergrößerten Radius der Kerben überwiegt.

Bild 3 zeigt die ermittelten Formzahlen für die Nabe für ein Verhältniss $d_{a,N}/d_w = 2$.

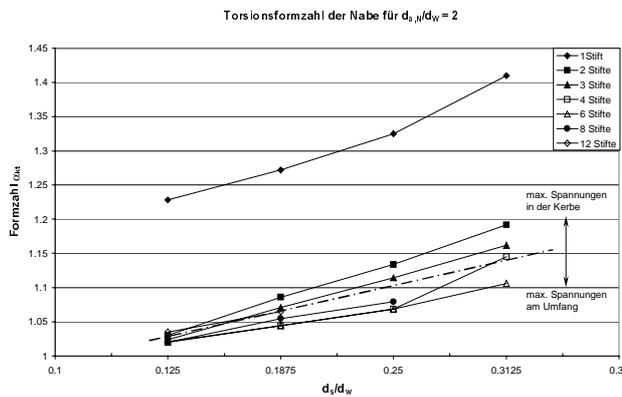


Bild 3: Torsionsformzahl der Nabe, $d_{a,N}/d_w = 2$; verschiedene Verhältnisse d_s/d_w und n Stifte

Die Formzahldiagramme wurden ebenfalls für Verhältnisse $d_{a,N}/d_w = 1,5$ und $d_{a,N}/d_w = 2,5$ aufgestellt. Je weiter der betrachtete Punkt einer Hohlwelle von der Mittelachse entfernt ist, desto größer ist die Torsionsspannung, die an diesem Punkt auftritt. Daher muss die maximale Spannung nicht notwendigerweise in der innenliegenden Kerbe auftreten. In Bild 3 ist zusätzlich zu den Formzahlverläufen der Übergangsbereich der auftretenden Maximal-

spannung von innen nach außen dargestellt. Bei einem Verhältnis $d_{a,N}/d_w = 1,5$ liegt die Maximalspannung hingegen unabhängig von der Anzahl der Stifte und dem Verhältnis d_s/d_w immer im Bereich der Kerbe, bei einem Verhältnis von $d_{a,N}/d_w = 2,5$ tritt die Maximalspannung immer am Außendurchmesser auf.

2.2 Formzahlen für Biegung

Analog zur Vorgehensweise bei der Ermittlung von Formzahlen für Torsion erfolgte die Aufstellung von Formzahldiagrammen für Biegebelastung. **Bild 3** zeigt das Formzahldiagramm für die Welle.

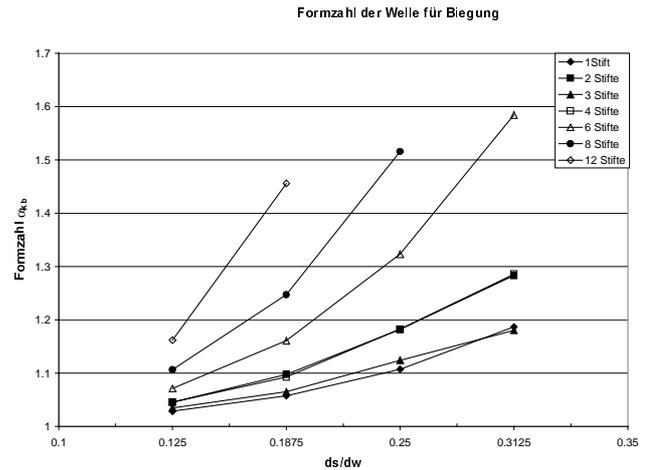


Bild 3: Biegeformzahl für die Welle für verschiedene Verhältnisse d_s/d_w und n Stifte

Auch für diese Belastungsart ist das Zusammenspiel von Kerbradius und geschwächtem Querschnitt zu beobachten. Es fällt weiterhin auf, dass die Formzahlen für einen und drei Stifte sowie für zwei und vier Stifte nahezu identisch sind. Dies liegt in der Anordnung der Nuten zur Belastungsrichtung begründet. **Bild 4** verdeutlicht diesen Sachverhalt.

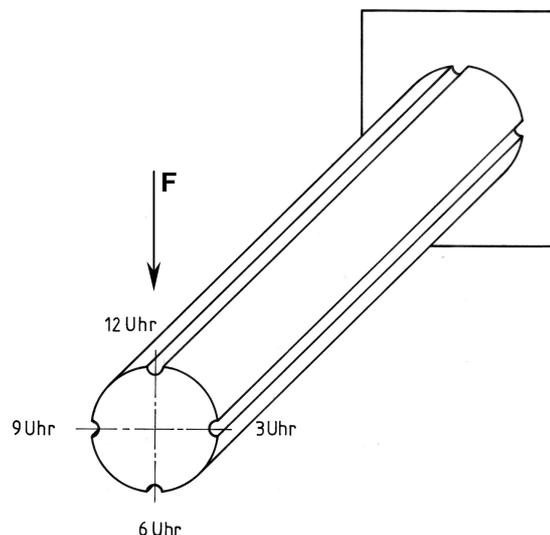


Bild 4: Lage der Nuten zur Belastungsrichtung

Mit Lage mindestens einer Nut an der Stelle der größten Zugspannungen und einer für alle Stiftanzahlen gleichmäßigen Verteilung über dem Umfang erhält man bei zwei Stiften eine Nut bei 12 Uhr und, um 180 Grad versetzt, eine Nut bei 6 Uhr. Bei vier Stiften kommen zusätzlich Nuten an 3 und 9 Uhr hinzu, diese liegen jedoch in der neutralen Faser. Ähnlich verhalten sich ein und drei Nuten, 3 Nuten liegen um 120° versetzt und damit in wenig beanspruchten Bereichen.

Bild 5 zeigt abschließend das Biegeformzahldiagramm für die Nabe mit einem Verhältnis $d_{a,N}/d_W = 1,5$.

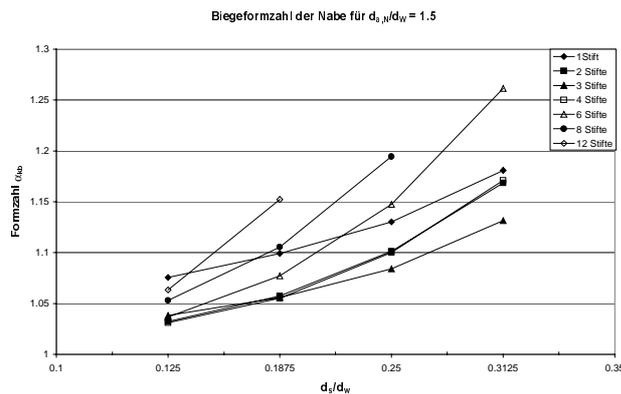


Bild 5: Biegeformzahl der Nabe, $d_{a,N}/d_W = 1,5$; verschiedene Verhältnisse d_s/d_W und n Stifte

Die Werte für $d_{a,N}/d_W = 2$ und $d_{a,N}/d_W = 2,5$ liegen deutlich unter den in Bild 5 dargestellten Werten. Schon beim Verhältnis $d_{a,N}/d_W = 2$ liegt die maximal auftretende Formzahl bei $\alpha_{kb} = 1,07$, so dass bei einem Festigkeitsnachweis die Verwendung einer Formzahl $\alpha_{kb} = 1,1$ ab einem Verhältnis $d_{a,N}/d_W = 2$ eine konservative Auslegung darstellt.

3 Einfluss der Verbindungsbreite auf die Tragfähigkeit

Die wenigen verfügbaren Quellen geben als Anhaltswert zur Dimensionierung einer Längsstiftverbindung ein Verhältnis von Verbindungslänge zu Wellendurchmesser l/d_W von 1...1,5 an /3, 4, 5/. Umfangreiche Untersuchungen an Zahnwellenverbindungen zeigten aber /6/, dass ab einem Verhältnis $b/d_B > 0,6$ (b : Verbindungsbreite, d_B : Bezugsdurchmesser) die durch den Steifigkeitssprung am Verbindungsbeginn hervorgerufene maximale Beanspruchung am Verbindungsanfang nicht mehr reduziert werden kann, sie nur steiler in axialer Richtung abfällt (größerer Spannungsgradient), um dann auf geringem Niveau bis zum Verbindungsende abzuklingen.

Da die Geometrie einer Längsstift-Verbindung eine Analogie zu Zahnwelle nahelegt, wurde der Bereich $l/d_W = 0,5...0,75$ einer näheren Betrachtung unterzogen.

Bild 6 zeigt den Einfluss der Verbindungslänge auf den Stift.

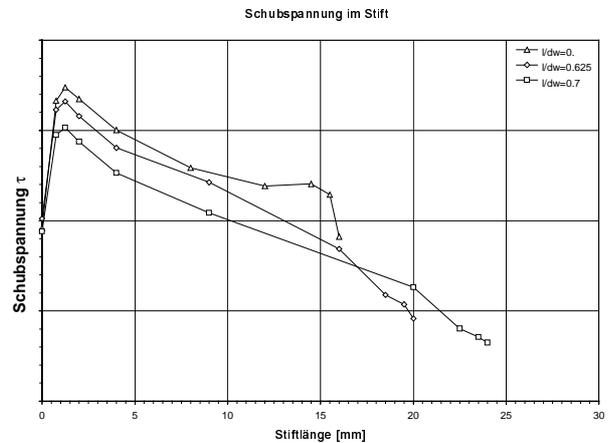


Bild 6: Einfluss der Verbindungsbreite auf die Beanspruchung im Stift für $d_s/d_W = 0,125$; $d_W = 32\text{mm}$, 4 Stifte

Es ist ein deutlicher Einfluss der Verbindungslänge auf den Stift zu erkennen, die Schubspannungen konnten mit einer längeren Verbindung um bis zu 16% vermindert werden. Dies legt den Schluss nahe, dass eine größere Verbindungsbreite die Beanspruchung der gesamten Verbindung vermindert.

Bild 7 zeigt den Vergleichsspannungsverlauf im Nutgrund der Nabe. Analog zum Stift kann eine Verminderung der Beanspruchung in der Nabe beobachtet werden, die in der gleichen Größenordnung liegt.

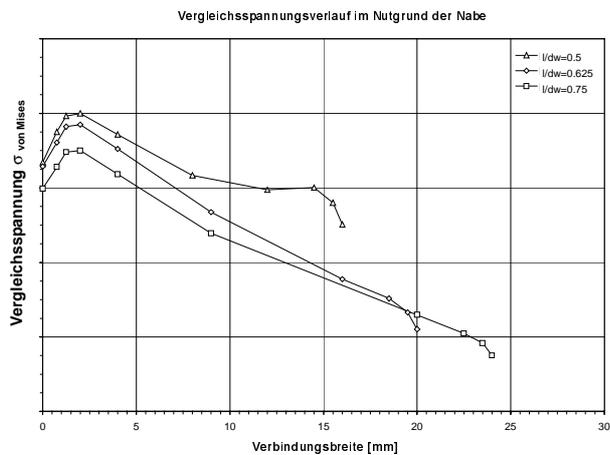


Bild 7: Einfluss der Verbindungsbreite auf die Beanspruchung in der Nabe für $d_s/d_W = 0,125$, $d_W = 32\text{mm}$, 4 Stifte

Bild 9 zeigt den Vergleichsspannungsverlauf für die Welle.

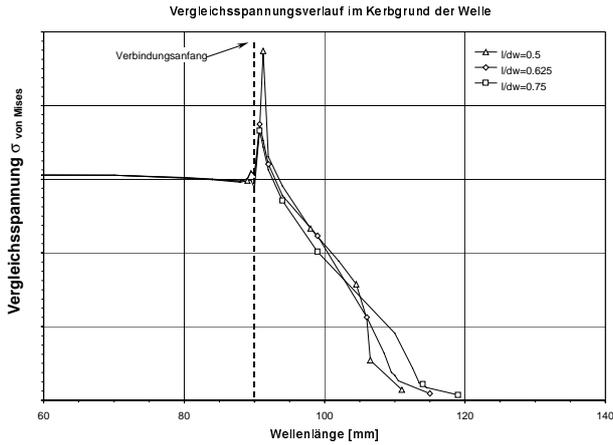


Bild 7: Einfluss der Verbindungsbreite auf die Beanspruchung in der Welle für $d_S/d_W = 0,125$, $d_W = 32\text{mm}$, 4 Stifte

Die Veränderung der Verbindungsbreite wirkt sich im Gegensatz zu Stift und Nabe deutlich stärker aus. Man erkennt einen übereinstimmenden Vergleichsspannungsverlauf für alle Verhältnisse l/d_W im ungestörten Bereich der Welle, also vor dem Verbindungsbeginn. Mit Verbindungsbeginn schließt sich ein Bereich deutlicher Spannungsüberhöhung an, der für das Verhältnis $l/d_W = 0,5$ einen um ca. 60% gegenüber dem ungestörten Bereich erhöhten Wert aufweist. Mit Verlängerung der Verbindungsbreite kommt es zu einer deutlichen Reduzierung der Spannungsüberhöhung auf 19%, dabei ist zu beobachten, dass ab dem Verhältnis $l/d_W = 0,625$ keine signifikante Verminderung der Spannungsüberhöhung mehr auftritt. Auch für eine Längsstiftverbindung kann also die Empfehlung gegeben werden, ein Verhältnis Verbindungsbreite zu Wellendurchmesser $l/d_W = 0,6...0,7$ einzuhalten.

4 Einfluss des Stiftüberstandes auf die Beanspruchung der Verbindung

Bei der Untersuchung der Verbindungsbreite schlossen die Stifte bündig mit der Nabe ab. Ziel der folgenden Betrachtung war, den Einfluss eines am Verbindungsbeginn überstehenden Stiftes auf die Spannungen in Welle, Nabe und Stift zu ermitteln (vgl. **Bild 8**).

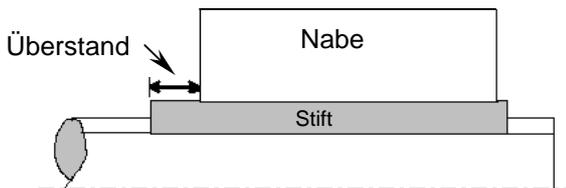


Bild 8: Stiftüberstand am Verbindungsbeginn

Besonders interessant ist die Darstellung der Wellenbeanspruchung, **Bild 9**. Die Normierung erfolgte auf den Wert der Vergleichsspannung im Bereich ungestörter Torsion.

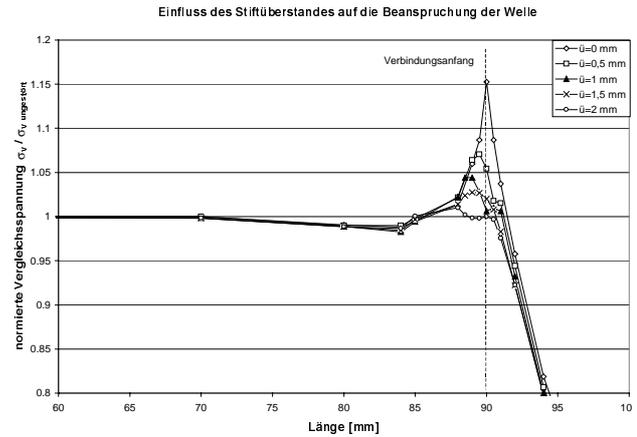


Bild 9: Einfluss des Stiftüberstandes auf die Beanspruchung der Welle. $d_S/d_W = 0,125$; 4 Stifte

Ab einer Überstandslänge von 1,5 mm tritt eine deutliche Verminderung der Beanspruchung im Nutgrund auf. Zwar treten hier auch noch Unstetigkeiten auf, die Überhöhung am Verbindungsanfang ist jedoch ab einer Überstandslänge von 1,5 mm marginal. Die Ursache ist im weicheren Übergang der Belastungseinleitung zu suchen, d. h., der Steifigkeitssprung wird in zwei kleinere Sprünge zerlegt.

Bild 10 zeigt die Schubspannung im Stift für 0 mm Überstand und 1,5 mm Überstand. Die Verschiebung der Maxima resultiert aus der Skalierung, da die Schubspannung über der Längskoordinate des Stiftes mit Ursprung am Verbindungsanfang von Stift und Welle aufgetragen ist.

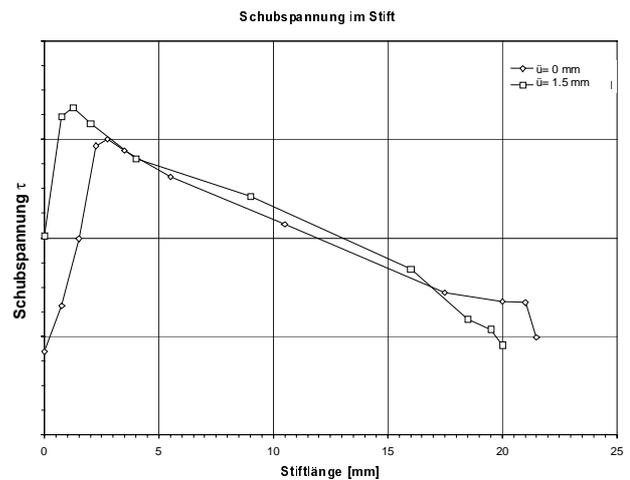


Bild 10: Einfluss der Überstandslänge auf die Schubspannung im Stift. $d_S/d_W = 0,125$; 4 Stifte, $d_W = 32$; $l/D_W = 0,625$

Für den Stift wirkt sich die Vergrößerung der Überstandsänge ebenfalls positiv aus, hier kann die Schubspannung um ca. 10% reduziert werden.

Der Einfluss des Stiftüberstandes auf die Nabe ist in **Bild 11** dargestellt.

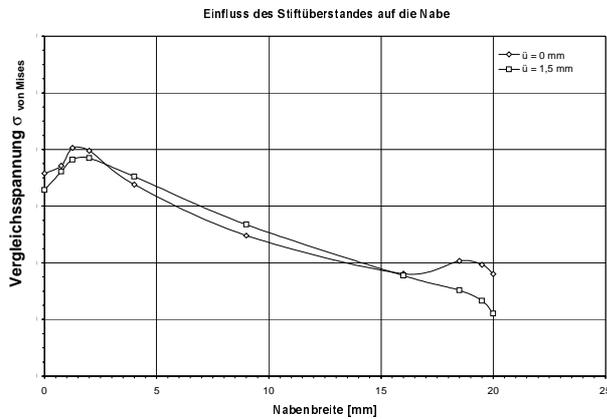


Bild 11: Einfluss des Stiftüberstandes auf die Nabe. $d_S/d_W = 0,125$; $d_{a,N}/d_W = 2$; $d_W = 32$
4 Stifte

Die Spannungen in der Nabe werden schon auf Grund des Krafflusses immer in Richtung Verbindungsanfang ansteigen, d.h. die Überhöhung ist nicht als Folge eines Steifigkeitssprunges zu sehen, da die Steifigkeit für die Nabe betrachtet durch den Kontakt mit Stift und Welle kaum zunimmt. Die leicht steigenden Spannungen am Verbindungsbeginn sind durch die im überstehenden Stifte zwischen Welle und Stift wirkenden Kräfte zu erklären, die unmittelbar am Verbindungsanfang Stift/Nabe in die Nabe eingeleitet werden. Daraus ergibt sich, dass dem Stiftüberstand Grenzen gesetzt sind, wird er zu groß, wird im freien Stifte der Schubkomponente eine Biegekomponente überlagert, die zunehmenden Einfluss auf die Belastungen im Stift hat. Ein weiterer Nachteil ergibt sich durch die Zunahme der Baulänge.

5 Einfluss des Stiftdurchmessers auf die Beanspruchung der Verbindung

Durch die Erhöhung des Stiftdurchmessers und damit die Vergrößerung der Scherfläche ist ein Absinken der Schubspannungen im Stift zu erwarten. **Bild 12** verdeutlicht diesen Sachverhalt. Die Schubspannungen im Stift werden deutlich reduziert.

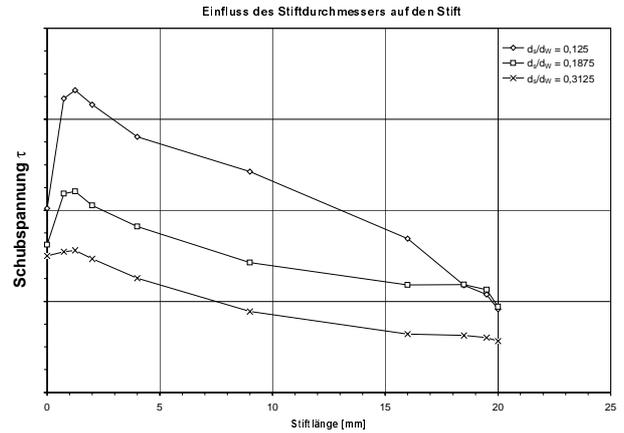


Bild 12: Einfluss des Stiftdurchmessers auf die Stiftbeanspruchung. 4 Stifte, $d_W = 32$; $l/D_W = 0,625$; $d_{a,N}/d_W = 2$

Den Spannungsverlauf im Kerbgrund der Welle zeigt **Bild 13**.

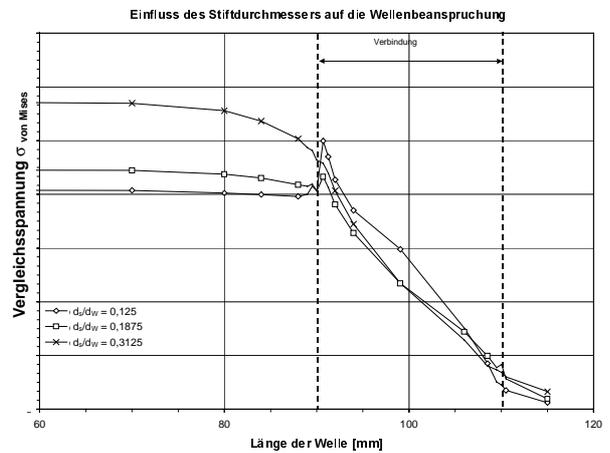


Bild 13: Einfluss des Stiftdurchmessers auf die Wellenbeanspruchung. 4 Stifte, $d_W = 32$; $l/D_W = 0,625$; $d_{a,N}/d_W = 2$

Durch die Erhöhung des Stiftdurchmessers wird auf der einen Seite die Spannungsspitze am Verbindungsanfang abgebaut, gleichzeitig wird aber auch der Querschnitt der Welle geschwächt, so dass die Spannungen vor dem Kontakt deutlich steigen. Bei einem Stiftdurchmesser $d_S = 6$ mm, welcher einem Verhältnis $d_S/d_W = 0,1875$ entspricht, kommt es bei einer Verbindung mit 4 Stiften dazu, dass die Spannungen vor und im Kontakt nahezu gleich sind.

Anders als in der Welle sinkt die Vergleichsspannung in der Nabe, wobei ab einem Stiftdurchmesser von 6 mm die Veränderungen nur noch gering sind, **Bild 14**. Für größere Stiftdurchmesser $d_S > 10$ mm ist mit einem Anstieg der Spannungen zu rechnen, da sich der tragende Querschnitt verringert.

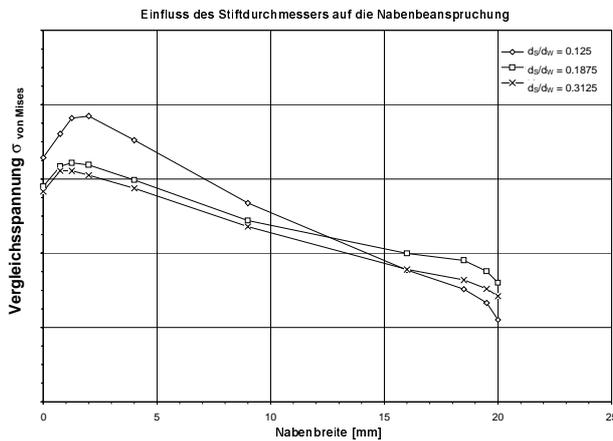


Bild 14: Einfluss des Stiftdurchmessers auf die Nabenbeanspruchung. 4 Stifte, $d_W = 32$; $l/D_W = 0,625$; $d_{a,N}/d_W = 2$

6 Zusammenfassung

Für eine Welle-Nabe-Verbindung mit axial angeordneten Stiften wurden durch umfangreiche Parameterstudien Formzahldiagramme für Welle und Nabe für die Belastungen Torsion und Biegung erarbeitet.

Betrachtet man das Gesamtsystem Längsstiftverbindung, konnte der Einfluss verschiedener Geometrievariationen deutlich gemacht werden. Ein Überstand des Stiftes am Verbindungsbeginn senkt die Beanspruchungen in Stiften und Welle, der Einfluss auf die Nabe ist eher gering. Der Vorteil gegenüber anderen spannungssenkenden Maßnahmen wie Erhöhung der Stiftanzahl oder Vergrößerung des Stiftdurchmessers liegt darin, dass weder die Welle noch die Nabe durch eine höhere Kerbwirkung geschwächt wird, noch der Fertigungsaufwand durch zusätzliche Nuten und Stifte steigt.

7 Literatur

- /1/ Faulwasser, M.: Beanspruchungsverhalten drehmomentbelasteter Längsstiftverbindungen. unveröffentlichte Studienarbeit, IMW, TU Clausthal, 1998
- /2/ Kollmann, F.G.: Welle-Nabe-Verbindungen. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg u.a., 1984
- /3/ Niemann, G.: Maschinenelemente. Erster Band: Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen. 2. Auflage Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1981
- /4/ Fronius, St.: Taschenbuch Maschinenbau in acht Bänden. Dritter Band: Maschinenelemente, Getriebe, Mechanismen, Hydrostatische und pneumatische Antriebe, Elektrische Antriebe. Berlin. Verlag Technik 1987

- /5/ Wächter, K.: Konstruktionslehre für Maschineningenieure. Grundlagen, Konstruktions- und Antriebselemente. Berlin: Verlag Technik 1987
- /6/ Wesolowski, K.: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung. Düsseldorf: VDI Verlag 1997
- /7/ Paton, E.: European Projekt Report: Investigation into development of a calculation basis for dimensioning axial pin shaft-hub connections. unveröffentlichte Studienarbeit TU Clausthal, 2000
- /8/ Wesolowski, C.: Ausnutzung von Symmetrieebenen zur Berechnung drehmomentbeanspruchter Bauteile. Mitteilungen aus dem Institut für Maschinenwesen Nr. 19; Clausthal 1994