# Gedanken zur Toleranzfestlegung für Zahnwellen-Verbindungen

### Li, Z.; Schäfer, G.

Für Zahnwellen-Verbindungen existieren weltweit unterschiedlichste Normen, die alle unterschiedliche Meßverfahren beinhalten. Da verschiedene Meßmethoden zulässig sind und gleichrangig behandelt werden, ist keine einheitliche Beurteilung von Paarbarkeit und Qualität einer Zahnwellen-Verbindung gewährleistet.

World wide there are many different standards for the measurement of involute spline connections. Since each of these standards is approved and allowed to use, it is difficult to guarantee a general evaluation of fitting conditions and product quality.

#### 1 Stand der Technik

Zahnwellen-Verbindungen sind lösbare Verbindungselemente für die Übertragung von Drehmomenten. Eine Zahnwellen-Verbindung besteht aus einer Innenverzahnung und einer in sie gefügten Außenverzahnung. Das Drehmoment wird über die Zahnflanken der Zähne übertragen. Diese Zahnflanken sind überwiegend als Evolventen ausgebildet.

Als Hauptforderungen an die Zahnwellen-Verbindung ergeben sich dabei die sichere Übertragung des Drehmoments und die Gewährleistung eines u. U. funktional erforderlichen Spiels. Daraus resultieren die folgenden grundsätzlichen Problemstellungen bei der Auslegung bzw. Tolerierung von Zahnwellen-Verbindungen:

die Paarbarkeit (Fügen mit definierter Kraft) der Verbindung von Außen- und Innenverzahnung (im Sinne des Austauschbaus) unter Gewährleistung eines bestimmten Spiels und

die Qualität der Verbindung im Betrieb (im Sinne einer möglichst gleichmäßigen Verteilung der äußeren Belastungen auf die Zahnflanken der Verbindung)

Zu diesem Zweck werden für die Paarung von Außenund Innenverzahnung Abmaße vom spielfreien Zustand festgelegt, um das erforderliche Flankenspiel zu gewährleisten. Toleriert wird dabei die Zahndicke der Außenverzahnung bzw. die Lückenweite der Innenverzahnung. Das mindestens erforderliche Abmaß hängt dabei von dem mindestens erforderlichen Flankenspiel und den spielvermindernden Einflüssen der Verzahnungsabweichungen ab. Das maximal zulässige Ahmaß wird bestimmt durch das maximal zulässige Flankenspiel sowie die erreichbaren Fertigungstoleranzen beim Verzahnen.

Wird eine Außenverzahnung mit einer Innenverzahnung gepaart, so ergibt sich ein Passungssitz ähnlich dem einer Rundpassung von Welle und Bohrung nach ISO 286, jedoch mit wesentlich komplizierterer Geometrie. Wird die Passung von Welle und Bohrung ausschließlich durch die Durchmesser gebildet, so wird sie bei flankenzentrierten Zahnwellen Verbindung durch die am Teilkreisdurchmesser angeordneten Zähne und Zahnlücken mit ihren Zahnflanken gebildet. Wie bei den Rundpassungen, bei denen keine ideal runde bzw. zylindrische Bohrung und Welle miteinander gepaart werden, treten auch bei Zahnwellen-Verbindungen Abweichungen von der Idealbzw. Sollgeometrie auf. Diese Abweichungen resultieren aus Unzulänglichkeiten bei der Herstellung der Verzahnungen, Bild 1.

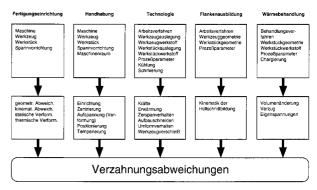


Bild 1: Ursachen für Verzahnungsabweichungen

Gegenüber den einfacher zu beschreibenden Rundpassungen ist bei der Passung von Zahnwellen-Verbindungen der Einfluß der Verzahnungsabweichungen auf die Paarungseigenschaften wesentlich größer als der Einfluß des Istmaßes.

Die Prüfung bzw. Passungskontrolle von Zahnwellen-Verbindungen muß daher streng nach dem Taylorschen Grundsatz erfolgen [WiSe\_65]. Das heißt, daß die Ausschußseite als Istmaß (auch als Maß actual bezeichnet) aller voneinander Unabhängigen Bestimmungsstücke (Zahndicke bzw. Zahnlücke im Teilkreisbogen) und die Gutseite als Paarungsmaß (auch als Maß effective bezeichnet) zu prüfen ist. Das Paarungsmaß ist dabei die Zahndicke bzw. Zahnlücke einer formidealen Gegenverzahnung, mit der die zu prüfende Verzahnung gerade noch zu paaren ist. Für diese formideale Gegenverzahnung wird der Begriff, Hüllverzahnung verwendet. In **Bild 2** sind diese Zusammenhänge am Beispiel eines einzelnen Zahns einer Außenverzahnung dargestellt.

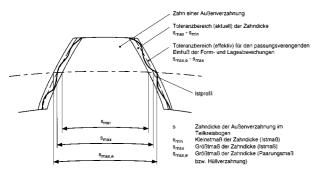


Bild 2: Toleranzproblematik an Zahnwellen

Zur Problematik der Toleranzsysteme bei Zahnwellen-Verbindungen ist eine Vorbemerkung im Hinblick auf die weiteren Ausführungen notwendig: Während bei Laufverzahnung die Toleranzen (z.B. nach DIN 3961) sich aus funktionellen Überlegungen entwickelt haben, die im wesentlichem aus dem Eingriff zweier Zahnflanken - u.U. unter Berücksichtigung von Einzel- und Doppeleingriffsphase - abgeleitet sind, bestimmt bei den Steckverzahnungen immer die Wirkung aller Abweichungen an allen Flanken und deren Kombination bei entsprechender Paarung von Welle und Nabe die funktionelle Qualität der Verbindung, z.B. die Exzentrizität, die Lastaufteilung auf die einzelnen Zahnpaare, die Steifigkeit der Verbindung und das Verschleißverhalten. Hier sind die typischen Probleme des Mehrfacheingriffs durchschlagend, wie sie auch bei der Normung von Gewindegeometrien und ähnlichen Systemen zu finden sind. Die Kriterien für den Aufbau eines Passungs- und Toleranzsystems für Steckverzahnungen sind damit grundsätzlich unterschiedlich von denen der Laufverzahnungen, was bei der Erstellung der einschlägigen Normen für Zahnwellen-Verbindungen (z.B. DIN 5480/14) sicherlich in dieser Konsequenz nicht bedacht wurde.

Zahnwellen-Verbindungen besitzen wie Zahnräder (DIN 3960) Einzelabweichungen der Evolventenform an den Zahnflanken (Profilabweichungen), Abweichungen der Zahnrichtung über die Verzahnungslänge (Flankenlinienabweichungen), Teilungsabweichungen in der gleichmäßigen Verteilung der Zähne

am Umfang und Abweichungen des Rundlaufes, der Rundheit und der Parallelität. Diese Abweichungen beeinflussen in unterschiedlicher Art und Weise die Meßergebnisse der einzelnen Prüfmethoden.

Anzeigende Meßmethoden haben Anlagepunkte oder Anlageflächen am Prüflingsprofil, die sich bei verschiedenen Meßmethoden in der Art und im Ort unterscheiden, **Bild 3**. Für die Lageabweichung fehlen in allen Normen Angaben zur maßtechnischen Handhabung. Die Überprüfung erfolgt in der Praxis i.d.R. völlig willkürlich mit einem gerade vorhandenen Prüfmittel.

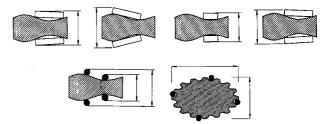


Bild 3: Probleme durch die Meßelemente

Damit sind unterschiedliche Meßergebnisse nicht ungewöhnlich, führen jedoch in der Praxis zu Unstimmigkeiten insbesondere in Kunden-Lieferanten-Beziehungen. Da alle Meßmethoden zulässig sind und gleichrangig behandelt werden, bestehen keine einheitlichen Grundsätze für die Beurteilung der Qualität einer Zahnwellenverzahnung, und aufgrund der oben geschilderten Kriterien bezüglich der Paarungseigenschaften noch weniger Informationen zur funktionellen Qualität einer Zahnwellen-Verbindung. Damit fehlen ebenfalls die Grundlagen für eine entsprechende Qualitätssicherung in der Fertigung. Zudem wird dadurch auch der Nachweis der Qualitätsfähigkeit entsprechend der internationalen Normenreihe ISO 9000 ff. erschwert.

Für eine idealgeometrische Verzahnung würden theoretisch alle Meßmethoden das gleiche Ergebnis für das Istmaß liefern. Je größer die Verzahnungsabweichungen werden, desto stärker differieren die Prüfergebnisse der einzelnen Methoden voneinander. Eine ideale Prüfung des Istmaßes der Zahndicke bzw. Lückenweite liegt vor, wenn die Verzahnungsabweichungen keinen Einfluß auf das Meßergebnis haben. Dies ist jedoch in der Praxis nicht zu erreichen. Am nächsten kommt dieser Forderung die Prüfung mittels Kugeln. Um Unsicherheiten durch die Positionsabhängigkeit der Messungen zu verringern, müssen möglichst viele Meßergebnisse pro Verzahnung gewonnen und statistisch (Mittelwert, Streuung, Kleinst- und Größtwert) ausgewertet werden. Daraus

ergibt sich jedoch ein weiteres Problem: Werden sehr viele Meßwerte aufgenommen, wächst die Wahrscheinlichkeit, daß ein Meßpunkt gefunden wird, der außerhalb der Toleranz liegt.

## 2 Die Arbeiten des Instituts zu diesen Problemstellungen

Das Institut für Maschinenwesen IMW beschäftigt sich seit langem mit theoretischen und praktischen Untersuchungen zum Betriebsverhalten von Zahnwellen-Verbindungen. Insbesondere wurde dabei der Einfluß äußerer Belastungen wie Drehmoment, Querkraft und Biegung in unterschiedlichen Arten und Kombinationen auf die resultierenden Beanspruchungen in der Zahnwellen-Verbindung untersucht und entsprechende Ansätze für die Auslegung bzw. den Festigkeitsnachweis für derartige Verbindungen erarbeitet [Weso\_96]. Zudem wurden die Einflüsse unterschiedlicher Parameter wie Belastungsart, Schmierung, Relativbewegung, Werkstoffpaarung oder Oberflächenbeschaffenheit auf das Verschleißverhalten von Zahnwellen-Verbindungen untersucht [Schä 95].

Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 1 gemachten Feststellungen sind theoretische Untersuchungen zum Einfluß von Verzahnungsabweichungen auf das Passungs- und Laufverhalten von Zahnwellen-Verbindungen durchgeführt worden, **Bild 4** [DiKu\_95]. Dabei sind folgende Fragestellung bearbeitet worden:

Welche Verzahnungsabweichungen treten speziell an Zahnwellen-Verbindungen auf bzw. können gemessen werden?

Welche Abweichungen haben Einfluß auf die Funktion einer Zahnwellen-Verbindung?

Welchen Einfluß haben Verzahnungsabweichungen auf die Meßergebnisse einzelner Prüfmethoden für Zahnwellen-Verbindung?

Prinzipiell treten alle an Laufverzahnungen definierten Abweichungen auch an evolventischen Zahnwellen-Verbindungen auf bzw. sind meßbar. Da diese Abweichungen jedoch historisch aus den spezifischen Anforderungen an die Laufverzahnung erwachsen sind, müssen aus funktionaler Sicht für die Zahnwellen-Verbindung Einschränkungen getroffen werden.

Mit Hilfe der FE-Methode sind Untersuchungen zum Einfluß von Teilungsabweichungen auf die Lastverteilung über dem Verbindungsumfang durchgeführt worden, **Bild 5**, bei denen Einflußparameter wie Querkraft, Drehmoment, Drehflankenspiel und Teilungs-Gesamtabweichung berücksichtigt wurden. Bei besser werdender Qualität bzw. sich reduzierender Teilungs-Gesamtabweichung zeigt sich eine deutliche Vergleichmäßigung der Lastverteilung. Bei gleicher Belastungssituation ergibt sich eine Entlastung der höchstbeanspruchten Zahnflanke um etwa 50% je bessere Qualitätsstufe sowie eine Zunahme der Anzahl der tragenden Zähne.

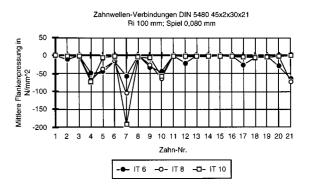
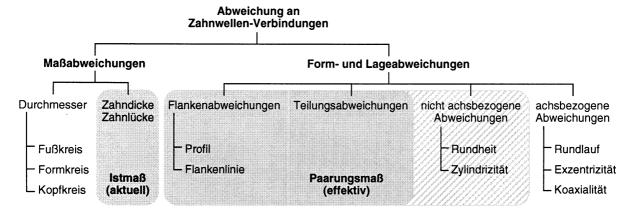


Bild 5: Lastverteilung über dem Umfang



(Istmaß + passungsverengender Einfluß der Form- und Lageabweichungen = Paarungsmaß)

Bei einer Flankenlinien-Winkelabweichung, die kleiner als das Flankenspiel im Stirnschnitt ist, berührt die Wellenflanke die Nabenflanke bei lastfreier Verdrehung bis zum Kontakt lediglich auf einem kleinen Abschnitt an einem Verbindungsrand. Wird ein Drehmoment auf die Verbindung aufgebracht, findet die Kraftübertragung auf einer von der Last und den elastischen Eigenschaften der Verbindung abhängigen Fläche statt, deren Begrenzung auf einer Seite durch die Kontaktlinie bei lastfreier Verdrehung direkt am Verbindungsrand gegeben wird.

Weisen die Zahnflanken einer unbelasteten Welle eine Flankenlinien-Winkelabweichung auf, so wird die Pressungsverteilung unter Drehmomentbelastung neben der Belastungshöhe und der Größe der Abweichung entscheidend durch die Richtung der Abweichung beeinflußt. Stimmt z. B. die Richtung der Flankenlinien-Winkelabweichung der Wellenzähne, ausgehend vom freien Wellenende, mit der Drehmomentrichtung bei abweichungsfreier Nabe überein, kann die Abweichung den Maximalwert der Flankenpressung gegenüber einer abweichungsfreien Verbindung reduzieren. Zeigt die Flankenlinien-Winkelabweichung in die entgegengesetzte Richtung, fallen der hochbeanspruchte Bereich der drehmomentbelasteten Verbindung und der Kontaktbereich bei lastfreier Verdrehung durch die Abweichung zusammen. Die Folge ist eine deutliche Zunahme der maximalen Flankenpressung, Bild 6.

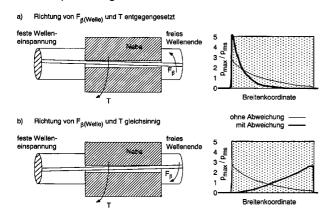


Bild 6: Flankenlinien-Winkelabweichungen

Desweiteren wurden theoretische Voruntersuchungen zum Zentrierverhalten von Zahnwellen-Verbindungen unter Berücksichtigung von Teilungsabweichungen durchgeführt. Dazu wurden 2-D-Simulationswerkzeuge für eine abweichungsbehaftete Verzahnungsgeometrie entwickelt und mittels FEM die Zentrierung bzw. die sich einstellenden Exzentrizitäten zwischen den Verzahnungsmittelpunkten berechnet.

Die Geometrie der Evolventenverzahnung wird darüber hinaus mit verschiedenen Modellierungsmethoden (FEM, CAD, Rechenverfahren nach [Diet 78]) dreidimensional abgebildet. Nach der Abbildung der idealgeometrischen Verzahnung (ohne Abweichungen) wurden Rechenalgorithmen zur Simulation abweichungsbehafteter Verzahnungen entwickelt. Dazu wurden bekannte statistische Zusammenhänge (Bildungsgesetze aus vorhandenen Normen) und neue Erkenntnisse aus den praktischen Messungen genutzt. Somit ist eine systematische Untersuchungen von Maß-, Form- und Lageabweichungen und der daraus resultierenden effektiven Hüllverzahnung (Paarungsmaß) möglich.

Zur Gewährleistung einer systematischen Vorgehensweise wurden zu Beginn der Fügbarkeitsrechnungen nur ebene Abweichungen simuliert (Teilung u. Profil), erst in weiterfolgenden Rechnungen werden räumliche Abweichungen (Flankenrichtung) generiert und entsprechend untersucht.

In Bild 7 sind die Fügbarkeiten in Abhängigkeit der jeweiligen Naben- und Wellen-Toleranzreihe dargestellt. Die fügbaren Verbindungen sind mit 0, die unfügbaren mit X und die bedingtfügbaren Verbindungen mit n bezeichnet. n ist dabei die Anzahl der unfügbaren Einbaustellungen [Li\_98].

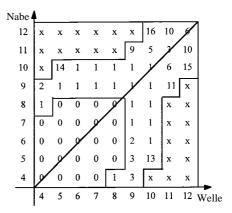


Bild 7: Fügbarkeit von Zahnwellen-Verbindungen DIN 5480-45x2x21 nach IT-Klassen

#### 5 Literatur

Diet 78 P. Dietz: Die Berechnung von Zahn- und Keilwellenverbindungen.

Büttelborn: Selbstverlag d. Verf., 1978
DiKu\_95 P. Dietz und G. Kunze: Einfluß von Verzahnungsabweichungen auf das Passungs- und Laufverhalten von Zahnwellen-Verbindungen und Zahnkupplungen. Clausthal und Dresden, Abschlußbericht Volkswagen-Stiftung I/66 120, August 1995

Z. Li: Rechnerunterstützte Betrachtung und Analyse von Zahnwel-len-Verbindungs-Toleranzsystemen. Dissertation, TU Clausthal, Li 98

Schä\_95 G. Schäfer: Der Einfluß von Oberflächenbehandlungen auf das Verschleißverhalten flankenzentrierter Zahnwellen-Verbindungen mit Schiebesitz. Dissertation, TU Clausthal, 1995 K. Wesolowski: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und

Weso 96 K Festigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und Teilplastischer Verformung. Disser-

tation, TU Clausthal, 1996
WiSe\_65 H. Winter; A. Seifried: Der Taylorsche Grundsatz - ein Beitrag zur Theorie des Prüfens mechanisch gefertigter Werkstücke. TZ für praktische Metallbearbeitung Bd. 59 (1965) Nr. 7, S. 419-425