

Berechnung innenverzahnter Naben unter Fliehkraftbeanspruchung

Burgtorf, U.; Garzke, M.; Mupende, I.

Zahn- und Keilwellen-Verbindungen bilden einen wesentlichen Forschungsschwerpunkt des Institut für Maschinenwesen. Vorrangig sind dabei Untersuchungen zum Trag- und Verschleißverhalten unter statischen und dynamischen Beanspruchungen zu nennen. Als Ergebnis der umfangreichen Arbeiten liegt u.a. ein Normentwurf /1/ zur Tragfähigkeitsberechnung dieser formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindungen vor. Im folgenden Artikel wird speziell auf die Berechnung fliehkraftbelasteter Zahn-naben eingegangen.

Splines with clearance fit are being studied at the Institute of Mechanical Engineering. The stress and wear behaviour under static and dynamic loads are a special research topic. Derived from the investigations, a calculation approach for splines has been developed by IMW. This article describes the calculation of spline hubs when under centrifugal load.

1 Einleitung

Innenverzahnte Naben formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen werden im allgemeinen einem komplexen Beanspruchungsmechanismus unterzogen, der sich aus den Teilbelastungen Torsion, Zahnbiegung, Biegung senkrecht zur Nabenachse, Druck und Schub zusammensetzt. Bei Axialkraft bzw. Relativverschiebung von Welle und Nabe (z.B. kupplungsseitige Getriebewelle) tritt zusätzlich axialer Zug bzw. Druck auf, bei schnelldrehenden Verbindungen (z.B. Lamellenkupplungen) ist der Einfluß der Fliehkraft zu beachten. Für den Festigkeitsnachweis wird die resultierende Nabenbeanspruchung im Kerbbereich aus den Teilbeanspruchungen zu einer Vergleichsspannung zusammengesetzt /1/.

Die Beanspruchungen im Kerbbereich der Nabe entstehen durch die aus der Drehmomentübertragung resultierende Flankennormalkraft F , die in eine Umfangskraft F_U und eine Radialkraft F_R zerlegt werden kann, **Bild 1**. Die Umfangskomponente erzeugt im Zahnfuß eine Schubbeanspruchung sowie durch die Zahnbiegung eine Zugbeanspruchung auf der Kraftangriffsseite. Der Berechnungsansatz ist dem eines kurz eingespannten Biegebal-

kens vergleichbar. Die Radialkomponente bewirkt eine Druck- und eine Tangentialspannung, der Berechnungsansatz beruht auf dem mechanischen Ersatzbild eines unter Innendruck stehenden dickwandigen Rohres /1,2/.

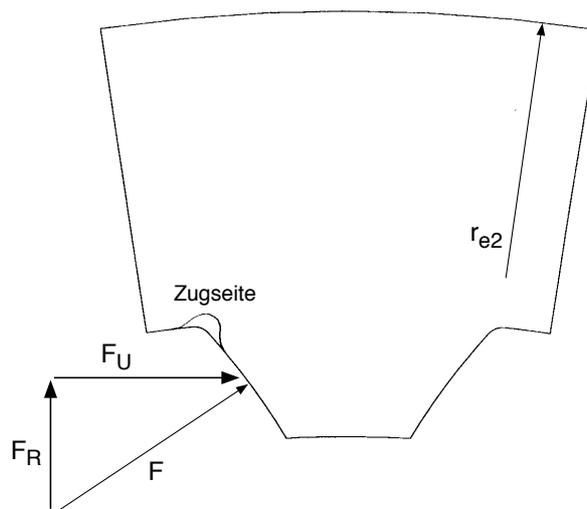


Bild 1: Schematische Darstellung der Flankenkräfte und der hochbeanspruchten Nabenzonen /1/

2 Mechanisches Ersatzmodell fliehkraftbeanspruchter Naben

Üblicherweise erfolgt der klassische Festigkeitsnachweis statisch beanspruchter Bauteile über die Berechnung von Nennspannungen. Zur quantitativen Beschreibung der elastischen Spannungsüberhöhung dient die als Quotient von Kerbgrundspannung σ_{\max} und Nennspannung σ_n definierte Formzahl α_k , Gleichung (2.1):

Gleichung (2.1):

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} \quad \text{bzw.} \quad \alpha_k = \frac{\tau_{\max}}{\tau_n}$$

Die Formzahl α_k ist eine allein von der Beanspruchungsart und von der Geometrie, nicht jedoch vom Werkstoff abhängige Größe. Mit abnehmendem Kerbradius (erhöhte Kerbschärfe) vergrößert sich die Formzahl.

Die maximalen Fliehkraftspannungen im Zahnfußbereich der Nabe schnelldrehender Zahnwellenverbindungen können unter Berücksichtigung der geometrieabhängigen Formzahl über die Berechnungsgleichungen umlaufender Kreisringscheiben ermittelt werden, **Bilder 2 und 3**.

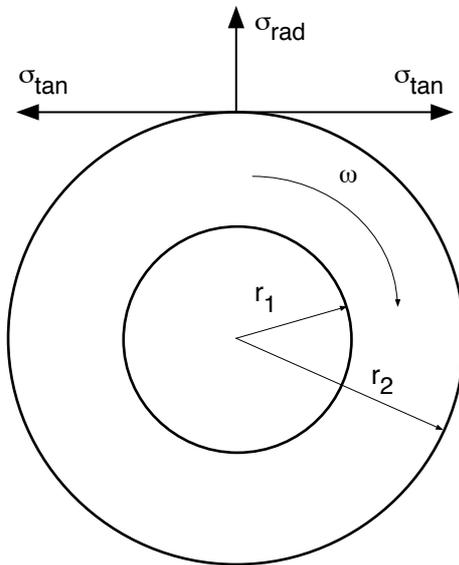


Bild 2: umlaufende Kreisringscheibe

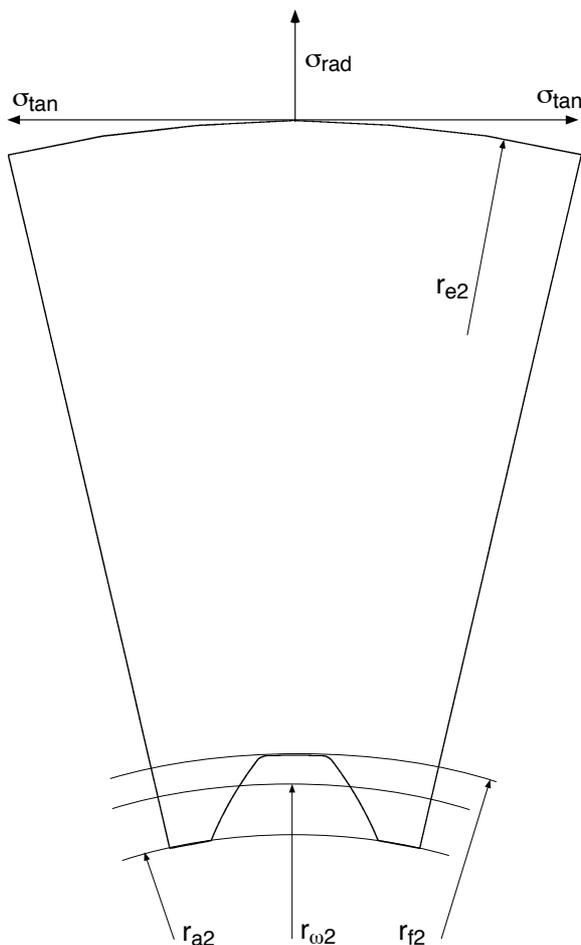


Bild 3: Zahnnahe unter Fliehkraftbeanspruchung

Grundgedanke bei der Berechnung der maximalen Fliehkraftspannung ist die Überführung der innenverzahnten Nabe in ein kreisringförmiges Ersatzmodell mit einem fiktiven Radius $r_{\omega 2}$ zwischen Kopfkreis (r_{a2}) und Fußkreis (r_{f2}), bei dem die Zahnnahe am Aussenradius r_{e2} die gleiche Aufweitung und Tangentialspannung infolge der Fliehkraftwirkung erfährt, wie die Kreisringscheibe mit r_1 und $r_2 = r_{e2}$ (Voraussetzung: gleicher Werkstoff, gleiche Drehzahl).

3 Berechnungsgleichungen

Entscheidend für die Berechnung fliehkraftbeanspruchter Zahnaben sind lediglich die Tangentialspannungen der Kreisringscheibe (Gleichung (3.1)), Radialspannungen (Gleichung (3.2)) treten an den lastfreien Oberflächen nicht auf [3/:

Gleichung (3.1):

$$\sigma_{\tan}(r) = 0,4125 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_2^2 \left(1 + \frac{r_1^2}{r_2^2} + \frac{r_1^2}{r^2} - 0,576 \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} \right)$$

Gleichung (3.2):

$$\sigma_{\text{rad}}(r = r_2 = r_{e2}) = 0$$

Die maximalen Tangentialspannungen treten am Innenradius der Kreisringscheibe auf [3/. Mit $r_2 = r_{e2}$ und $r_1 = r_{\omega 2}$ kann Gleichung (3.1) zur Berechnung der Nennspannung einer Zahnnahe überführt werden in Gleichung (3.3):

Gleichung (3.3):

$$\sigma_{\omega n 2}(r = r_{\omega 2}) = 0,825 \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_{e2}^2 \cdot \left(1 + 0,212 \cdot \frac{r_{\omega 2}^2}{r_{e2}^2} \right)$$

Die maximale Fliehkraftspannung einer Zahnnahe kann mit Gleichung (3.4) bestimmt werden:

Gleichung (3.4):

$$\sigma_{\omega \text{max} 2} = \alpha_{k\omega 2} \cdot \sigma_{\omega n 2}$$

Die Formzahl $\alpha_{k\omega 2}$ und der Durchmesser $d_{\omega 2}$ sind Größen, die von der Kerb- und Flankenengeometrie (z.B. Evolvente, Parallelfanke) abhängen und können leicht über die Methode der finiten Elemente (FEM) bestimmt werden. Eine experimentelle Ermittlung (z.B. DMS, Spannungsoptik) ist aufgrund der geringen Kerbgeometrien äußerst schwierig und erfordert einen unverhältnismäßig hohen Versuchsaufwand.

4 Geometrieabhängige Größen für Zahn- nabenprofile nach DIN 5480

Aus den umfangreichen FEM-Untersuchungen (**Bild 4**) ist am Institut für Maschinenwesen ein Berechnungsansatz zur Bestimmung der Formzahl $\alpha_{k\omega 2}$ für fliehkraftbeanspruchte Zahnnaben mit Flanken­geometrie nach DIN 5480 (Eingriffswinkel $\alpha=30^\circ$) ermittelt worden. Dabei wurden folgende Einflußparameter untersucht:

- Zähnezahl z ($6 \leq z \leq 72$)
- Fußausrundungsverhältnis ρ/m ($0,16 \leq \rho/m \leq 0,3$)
- Profilverschiebungsfaktor x_2 ($-0,45 \leq x_2 \leq 0,05$)

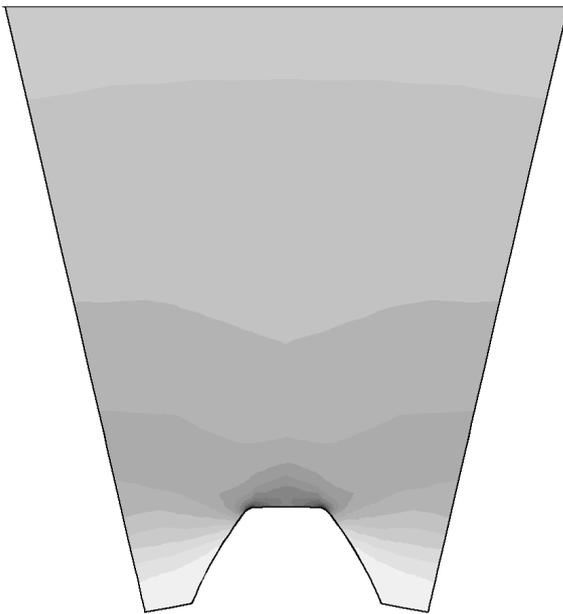


Bild 4: prinzipielle Spannungsverteilung $\sigma_{v,Mises}$ in einer fliehkraftbeanspruchten Zahnnabe DIN 5480 ($z=14$; $\alpha=30^\circ$)

Der Einfluß der die Nabengeometrie beschreibenden Parameter Zähnezahl und Fußausrundungsverhältnis ist in **Bild 5** dargestellt, der Einfluß der Profilverschiebung kann in erster Näherung vernachlässigt werden. Die Formzahl $\alpha_{k\omega 2}$ nimmt mit zunehmender Zähnezahl z ab, wobei der Gradient für kleine Zähnezahlen deutlich größer ist als für Verbindungen mit großer Zähnezahl. Dies liegt u.a. daran, daß für Geometrien mit geringer Zähnezahl beim Übergang der Nabengeometrie von "i" Zähne auf "i+1" Zähne eine stärkere Änderung der Zahnform auftritt als bei Verbindungen mit kleinem Modul /2,4/, **Bild 6**. Die generelle Tendenz des umgekehrt proportionalen Zusammenhangs zwischen $\alpha_{k\omega 2}$ und der Zähnezahl z kann mit der Vorstellung erklärt werden, daß sich die Nabengeometrie für große Zähnezahlen der Form einer Kreisringscheibe nähert. Hilfreich ist in diesem Zusammenhang auch die Analogie­betrachtung der abgesetzten Zylinderwelle mit den Durchmessern d_1 und d_2 sowie dem Kerbradius r_k (**Bild 7**). Geht das Durchmesser­verhältnis d_1/d_2 gegen 1 (für $r_k=const.$), so reduziert sich die Kerbschärfe des Wellenabsatzes. Die bekannte Tatsache der spannungsmindernden Wirkung vergrößerter Zahnfußradien /1,2,4/ wird durch **Bild 5** belegt.

Zur Berechnung der Formzahl $\alpha_{k\omega 2}$ fliehkraftbeanspruchter Zahnnaben nach DIN 5480 ($\alpha=30^\circ$, $d_{e2}/d_B \geq 1,5$) kann Gleichung (3.5) verwendet werden, der Radius $r_{\omega 2}$ kann über Gleichung (3.6) abgeschätzt werden:

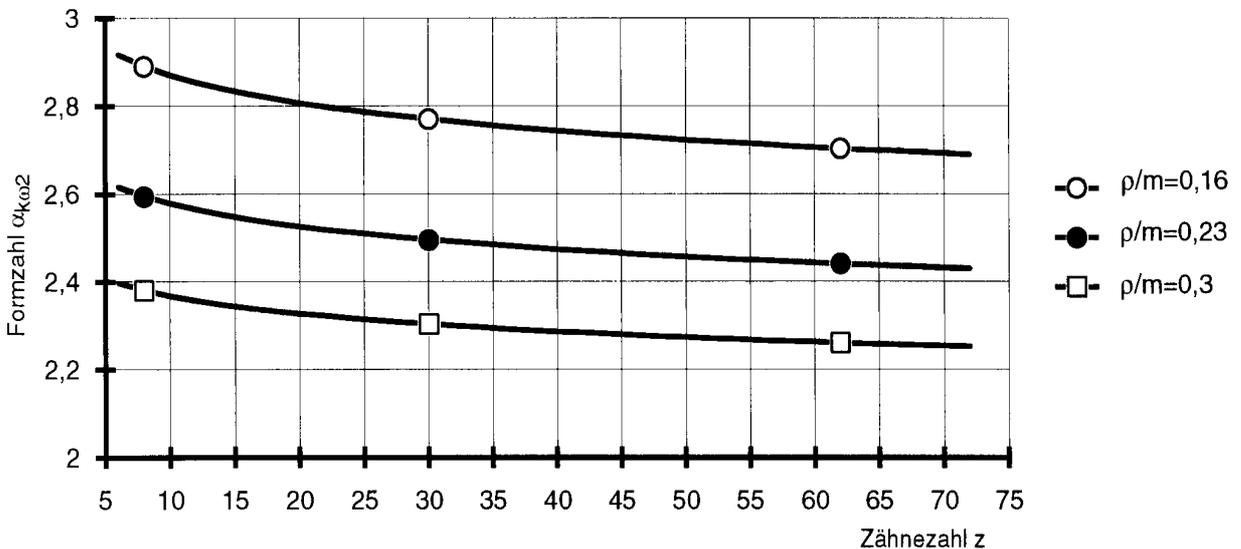


Bild 5: Formzahlen für fliehkraftbeanspruchte Zahnnaben DIN 5480 ($0,16 \leq \rho/m \leq 0,3$; $x_2=-0,45$; $\alpha=30^\circ$)

Gleichung (3.5):

$$\alpha_{k\omega 2} = (-9,64 \cdot \frac{p_2}{m} - 41,7) \cdot z^{(-0,0057 \cdot p_2/m + 0,003)} + 5,5 \cdot \frac{p_2}{m} + 45,45$$

Gleichung (3.6):

$$r_{\omega 2} \approx 0,53 \cdot (r_{a2} + r_{f2})$$

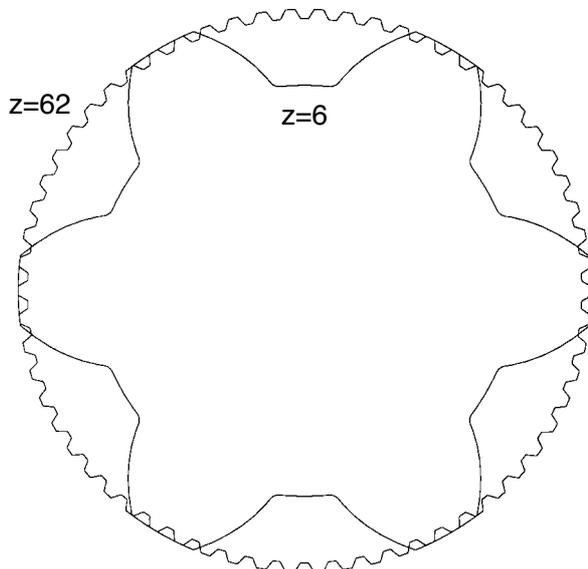


Bild 6: Vergleich der Querschnittsfläche für kleine und große Zähnezahlen bei gleichem d_B
/5/

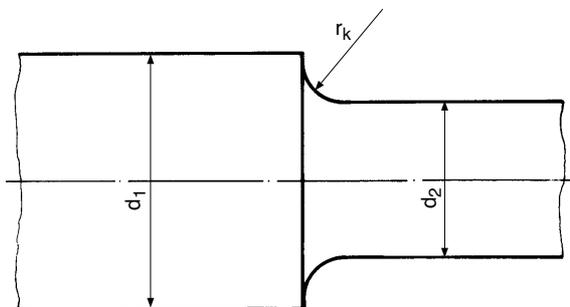


Bild 7: abgesetzte zylindrische Welle

Für Zahngeometrien, die von den hier beschriebenen Randbedingungen abweichen, z.B. anderer Eingriffswinkel oder von der Evolvente abweichende Flankenform, kann in erster Näherung die Formzahl $\alpha_{k\omega 2}$ abgeschätzt werden, Gleichung (3.7):

Gleichung (3.7):

$$\alpha_{k\omega 2} \approx 3$$

5 Literatur

- /1/ DIN 5466E: Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen, Beuth-Verlag, Berlin 1996
- /2/ Wesolowski, K.: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung. Dissertation TU Clausthal 1996
- /3/ DUBBEL - Taschenbuch für den Maschinenbau, 18. Auflage, Springer Verlag Berlin 1995
- /4/ Wesolowski, K.: Abschlußbericht zum DFG-Forschungsvorhaben Zahnwellenfestigkeit (Di 289/9-1), Fritz-Süchting-Institut für Maschinenwesen, TU Clausthal Juli 1994
- /5/ Garzke, M.: Beanspruchungsverhalten von Zahnwellen-Verbindungen unter Drehmomentbelastung, Institutsmitteilung Nr. 21 (1996), Fritz-Süchting-Institut für Maschinenwesen 1996