

## Finite-Elemente-Analyse - aus der Sicht des Anwenders

Schmidt, A.

*Immer öfter werden Simulationsrechnungen aufbauend auf unterschiedlichen mathematischen Methoden (FEM, BEM, FDM, u.a.) zur Auslegung von Konstruktionen bzw. im Rahmen der Systemanalyse eingesetzt. Eine sehr oberflächliche und schönfärbende Werbung von Seiten verschiedener Systemanbieter führt häufig zu einem allzu sorglosen Umgang mit derartigen Systemen. Ungeachtet ihres hohen technischen Potentials bergen Simulationssysteme eine Vielzahl von Fehlerquellen. Der richtige Umgang mit diesen Systemen erfordert daher sehr viel Fachwissen und Erfahrung, dieses zu verdeutlichen ist die Zielsetzung des vorliegenden Artikels. Am Beispiel der FEM-Simulation werden Leistungsfähigkeit und Anwenderanforderungen kritisch hinterfragt.*

*According to an increasing application of simulation software based on different mathematical methods (FEA, BEA, FDA, etc.) in design process or in case of system analysis, this paper is going to point out problems coming up with superficial information in sales brochures or advertisement, which very often results in a non appropriate and to carefree application to this kind of software. Besides a very high performance simulation systems conceal a lot of failure sources. To apply and handle this kind of software in a correct and efficient manner a lot of experience and technical know-how is necessary, to make the reader sensitive in this respect is the task of this paper. The performance of FEA simulation and the required user's profession are discussed critically.*

### 1 Einleitung

Die meisten auf dem Markt verfügbaren Simulationsprogramme aufbauend auf der Methode der Finiten-Elemente (FEM), werden dem Anwender im wesentlichen als einfach bedienbar und universell anwendbar präsentiert. Ginge es nach den Ankündigungen wie sie in vielen Verkaufsbroschüren zu finden sind, ist eine derartige Software die Allround-Lösung für alle technischen Probleme. Dem Anwender wird zum Teil

der Eindruck vermittelt, auch ohne detailliertes Fachwissen komplexe Problemstellungen mühelos bearbeiten zu können. Eine kritische Auseinandersetzung mit der wahren Leistungsfähigkeit einer solchen Software und den an den Benutzer gestellten Anforderungen findet in aller Regel nicht statt.

Nahezu jeder, der sich schon einmal mit Simulationssoftware befaßt hat, mußte die Erfahrung machen, daß Programme dieser Art in aller Regel keineswegs einfach zu bedienen sind. Ihre sachgemäße Anwendung erfordert ein hohes Maß an Fachwissen und Erfahrung. Zwar kann die jeweilige Software dem Benutzer das mathematische Gerüst für unterschiedliche Problemstellungen anbieten, jedoch bleibt es dem Anwender überlassen, aus diesem Angebot eine richtige Auswahl für die zu bearbeitenden Sachverhalte zu treffen und notwendige Abstimmungen für den Einzelfall vorzunehmen.

Es geht in diesem Artikel keineswegs darum, Simulationssoftware jeglicher Art zu verteufeln, sondern vielmehr deren Leistungsfähigkeit und Anforderungen an den Benutzer an einigen Beispielen zu verdeutlichen.

### 2 Leistungsfähigkeit von FEM-Systemen

Standardmäßig ermöglichen alle FEM-Programme die Durchführung einer linearen Verformungs- und Spannungsanalyse, ergänzend dazu stellen viele Anbieter weitere Module für die Berechnung diverser statischer sowie dynamischer Problemstellungen in unterschiedlicher Güte und Ausprägung zur Verfügung.

In **Tab. 2.1** sind stichwortartig die Leistungsmerkmale gängiger FEM-Systeme in unterschiedlichen Anwendungsgebieten dargestellt.

Die Fähigkeit derartiger Systeme beschränkt sich auf die mathematische Abbildung technischer und naturwissenschaftlicher Probleme sowie deren graphische Aufbereitung. Die Simulation ist damit nicht selbst Entscheidungsträger sondern lediglich ein Werkzeug des Anwenders.

**Statische Strukturanalyse**

- lineare Spannungs- und Verformungsanalyse
- nichtlineares Werkstoffverhalten
- nichtlineares geometrisches Verhalten
- Kombinationen nichtlinearer Problemstellungen

**Dynamische Analysen**

- Modalanalyse
- Frequenzganganalyse
- Antwortspektrum (Shock, regellose Anregung)
- Lebensdauerabschätzung (Rißfortschritt)

**Akustische Berechnungen****Thermische Berechnungen**

- Wärmeübertragung
- stationäres und instationäres Verhalten
- Phasenwechsel

**Strömungsberechnungen**

- stationär, instationär
- laminar, turbulent
- kompressibel, inkompressibel
- Sickerströmung

**Elektrische und magnetische Felder**

- Magnetfeldberechnung
- Elektromagnetfeldberechnung

**Gekoppelte Analysen**

- thermisch-mechanisch
- strömungsmechanisch-mechanisch-thermisch
- elektromagnetisch-thermisch
- elektromagnetisch-mechanisch

**Tab 2.1:** Leistungsspektrum gängiger FEM-Systeme /1/

### 3 Fehlerquellen der Simulation

Die Methode der Finiten Elemente ist ein mathematisches Näherungsverfahren. Eine gewisse Fehlertoleranz der Simulationsrechnung ist somit bereits durch den Lösungsalgorithmus vorgegeben. Neben diesen rein mathematisch bedingten Ungenauigkeiten, birgt die FEM-Analyse Fehlerquellen, die im wesentlichen in zwei Bereiche gefaßt werden können:

- mangelndes problemspezifisches Fachwissen
- softwarespezifische Fehlerquellen

Letztere beginnen bereits mit der Auswahl der geeigneten Software. Zwar unterscheiden sich die meisten Programme im Hinblick auf die enthaltenen Module nur unbedeutend voneinander, jedoch weisen die FEM-Systeme der verschiedenen Anbieter hinsichtlich ihrer Analysestärken eine unterschiedliche Gewichtung auf. Es gilt also vorher die Stärken und Schwächen einer Software hinsichtlich des Anwendungsschwerpunktes soweit möglich zu klären.

Steht einmal das einzusetzende Produkt fest, verber-

gen sich eine Vielzahl von Fehlerquellen in den verschiedenen Phasen der Simulation

- Abstraktion u. Vereinfachung des Problems
- Modellannahmen
- Modellierung
- Berechnung
- Analyse u. Interpretation der Ergebnisse

Die schwerwiegendsten Fehler ergeben sich bereits bei der Erarbeitung der Aufgabenstellung und Modellbildung. So werden beispielsweise Systemgrenzen zu flüchtig überdacht, Lagerungsbedingungen zu stark vereinfacht, Probleme unzulässig linearisiert. Der Anwender sollte sich also bereits vor der Umsetzung seines zu bearbeitenden Problems in ein FEM-Modell über die zulässigen Modellannahmen im Klaren sein, d.h. in welchem Maß kann ein Problem abstrahiert und vereinfacht werden, können und dürfen z.B. Symmetriebedingungen ausgenutzt werden, sind die Modellannahmen realitätskonform. Des Weiteren sollte der Benutzer intensiv über die Ausführung und Gestaltung seines Netzes nachdenken. Liefert der eventuell vorhandene automatische Netzgenerator eine problemgerechte Vernetzung, oder ist eine manuelle Vernetzung zur Qualitätsverbesserung der Ergebnisse erforderlich.

Abgesehen von fehlerhaften Resultaten infolge von Eingabefehlern, die teilweise vom System selbst abgefangen werden, liegt eine weitaus gefährlichere Fehlerquelle in der falschen Elementwahl. Beispielsweise ist der Einsatz von Schalenelementen im Behälterbau unter anderem nur dann sachgemäß, wenn die Elemente in ihrer Gestalt auch den mathematischen Ansätzen der Schalentheorie genügen (Beachtung des Verhältnisses von Schalendicke zu deren Längen- und Breitenmaß).

Eine weitere sehr wesentliche Frage, die sich der Anwender im Laufe der Problemmodellierung stellen muß, ist die nach dem Grad des mathematischen Ansatzes für den zu wählenden Elementtyp, bestimmt dieser doch im entscheidenden Maße die Genauigkeit des Ergebnisses.

Hinzukommt eine mit dem jeweiligen Problem einhergehende sachgemäße Formulierung der Rand- und Anfangsbedingungen, sowie eine korrekte Abbildung der jeweils gültigen Stoffgesetze; ganz zu schweigen von Fehlern, die bei der eigentlichen Berechnung und anschließenden Interpretation der Ergebnisse auftreten können. Fehleinschätzungen infolge unzurei-

chender theoretischer Kenntnisse auf dem entsprechenden Anwendungsgebiet sind daher häufig die Ursache von Fehlentwicklungen.

Nicht zu vernachlässigen sind psychologisch bedingte Fehleinschätzungen. Die in den meisten Programmen realisierte ausgezeichnete grafische Aufarbeitung der Ergebnisse, trübt des öfteren den kritischen Blick für mögliche Fehler. In Anbetracht der Vielzahl an Fehlermöglichkeiten ist der Anwender gezwungen, sein Modell in einem iterativen Prozeß permanent, oftmals unter hohem Zeitaufwand, zu überprüfen, um somit rechtzeitig Fehler auszuschließen und damit eine realitätsnahe Modellierung und Berechnung zu gewährleisten. Die Sorgfalt, mit der der Anwender dabei vorgeht, entscheidet über die Genauigkeit der Simulation.

Generell gilt es jedoch auch derartige Simulationssysteme nicht überzubehaupten, d.h. Aussagen zu verlangen, die ein solches System nicht liefern kann, wozu der Anwender oft neigt, wenn er sich an den Verkaufsbroschüren der Systemanbieter orientiert oder ein Problem nicht richtig einzuschätzen vermag. So sollte man wissen, daß eine FEM-Simulation für ein statisches Problem lediglich zu einer Spannungsanalyse führt und nicht wie so oft gefordert zu einem Festigkeitsnachweis. Dieser ergibt sich erst durch Einbeziehung der Fachkenntnis des Berechnungsingenieurs und wird nicht automatisch vom System geliefert. Ebenso wenig ist ein solches System in der Lage, im Rahmen einer Modalanalyse z.B. die drehfrequenzabhängigen Eigenmoden eines Rotors zu berechnen. Der Anwender sollte sich daher immer über die Grenzen eines Simulationsprogrammes im klaren sein, und nicht unnötig Ergebnisse erzwingen, die jeden Bezug zur Realität vermissen lassen.

In diesem Zusammenhang ist ein Vergleich von Simulation und experimentell ermittelten Ergebnissen fast immer zu empfehlen. Zwar ist keine hundertprozentige Übereinstimmung von Versuch und Simulation zu erwarten, Abweichungen im Bereich zwischen 5 - 15% je nach Problemstellung liegen jedoch im tolerierbaren Rahmen. Anderenfalls müssen erneute Anpassungen der Simulation vorgenommen werden. Dabei ist es oftmals nicht mit einer Verfeinerung des Netzes oder der Wahl eines höhergradigen Ansatzes für den gewählten Elementtyp getan, zumal der Anwender in der Regel nicht über unbegrenzte Rechenleistung und Speicherkapazitäten verfügen kann.

#### **4 Zeit- und Arbeitsaufwand**

Wie bereits unter Punkt 3 erwähnt, handelt es sich bei der Erstellung eines Modells um einen relativ langwierigen iterativen Prozeß, der durch ständige Änderungen und Anpassungen geprägt ist. Eine generelle Aussage über Zeit- und Arbeitsaufwand ist daher nur schwierig zu treffen. Neben der eigentlichen Komplexität der Problemstellung hängt der Zeit- und Arbeitsaufwand im wesentlichen von dem Antizipationsvermögen sowie der Erfahrung des Anwenders im Umgang mit Simulationssystemen ab. Je mehr Erfahrungen mit ähnlichen Problemstellungen vorliegen, umso effektiver und schneller kann eine Simulation erfolgen. Die meisten bisherigen Anwendungen zeigen, daß in etwa 70% des Zeit- und Arbeitsaufwands in der Modellierung stecken, 5-10% in der Beseitigung systemspezifischer Fehler, 20 - 25 % in der Auswertung der Ergebnisse.

Wer jedoch ausschließlich das Ziel verfolgt, über eine Simulation Geld und Zeit einzusparen, der läuft leicht Gefahr, das Gegenteil zu erreichen. Simulation rentiert sich erst, wenn man die Physik eines Problems richtig verstanden hat, d.h. über eine gewisse Sicherheit in der Erfassung und Abbildung eines Problems verfügt, und ausreichend Erfahrung im Hinblick auf Ergebnissinterpretation vorweisen kann. Derartige Bedingungen werden nur durch einen permanenten Umgang mit dem jeweiligen Simulationssystem erreicht.

Es wird also deutlich, daß es nicht mit einer einfachen CAD-Zeichnung zur Visualisierung eines analysierenden Problems getan ist, sondern vielmehr umfangreiche Vorüberlegungen sowie mehrere iterative Anpassungsschritte notwendig sind, um schließlich zu einer realitätsgetreuen Abbildung zu gelangen.

#### **5 Einflüsse von Parametervariationen in der Simulation**

Anhand einiger Beispiele aus dem Gebiet des konstruktiven Maschinenbaus werden im Folgenden die Einflüsse von Parametervariationen auf die Simulation sowie die daraus resultierenden Berechnungsergebnisse dargestellt. Die Anzahl an veränderbaren Größen und deren Kombination ist außerordentlich hoch, nachfolgende seien daher nur einige wenige aufgelistet:

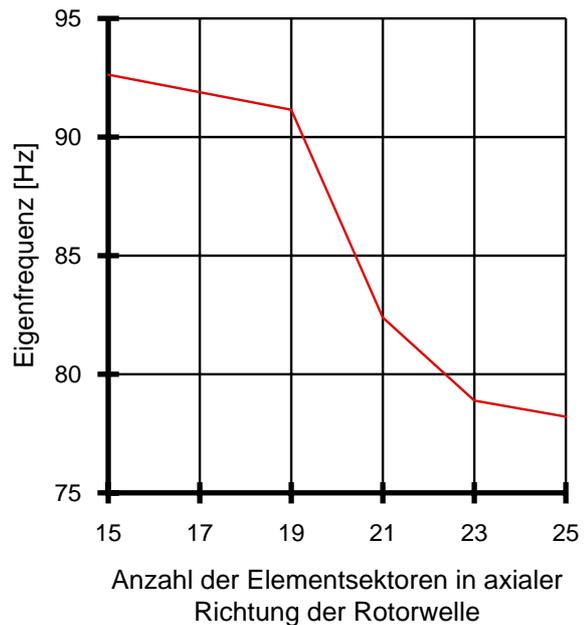
- Abstraktionsgrad
- Elementgröße und Anordnung
- Elementtyp
- Elementform
- Randbedingungen

Ausgehend von der Modellierung eines Bauteils, stellt sich dem Anwender die Frage, wie exakt und in welchem Umfang muß eine Struktur abgebildet werden, um in einem verträglichen Zeit- und Kostenrahmen qualitativ gute Ergebnisse zu erhalten. Hier gilt im allgemeinen die Regel, je detaillierter die geforderten Informationen über das Verhalten einer Struktur sind, umso exakter muß eine Geometrie abgebildet werden. Besonders für die Simulation des Verhaltens sehr komplexer Bauteile ist es daher erforderlich Symmetriebedingungen zu erkennen und über deren Anwendbarkeit zu entscheiden, um Rechenzeit und Speicherplatz zu sparen, ohne jedoch dabei Einfluß auf die Qualität des Endergebnisses zu nehmen.

Zur Überprüfung des statischen Tragfähigkeitsverhaltens eines Sichterlaufrades unter Fliehkrafteinwirkung reicht z.B. die Modellierung eines symmetrischen Teilstückes aus, um auf das Tragfähigkeitsverhalten des gesamten Rades schließen zu können. Der Benutzer muß somit bereits im voraus erkennen, welcher Bereich eines Bauteils hinsichtlich des Bauteilverhaltens als kritisch erscheint, um über eventuelle Vereinfachungen einer Struktur entscheiden zu können. Gestaltet er sein Modell zu grob, weichen die Ergebnisse zu stark von der Realität ab, bildet er dagegen die Geometrie zu exakt ab, führt dieses teilweise zu nicht mehr rechenbaren Modellgrößen. Der Anwender bewegt sich also auf einem Grad, der begrenzt wird durch eine mindestens erforderliche Genauigkeit der Ergebnisse und der zur Verfügung gestellten Rechenleistung und Speicherkapazität der Rechanlage.

**Bild 5.1** zeigt den Einfluß einer zunehmenden Diskretisierung des Netzes für eine Rotorwelle nach **Bild 5.2** auf deren Eigenfrequenzverhalten. Deutlich erkennbar ist der entscheidende Diskretisierungssprung zwischen 19 und 23 Elementsektoren, eine Erhöhung der Sektoranzahl auf über 23 hat keine entscheidenden Änderungen in Bezug auf das Eigenfrequenzverhalten der Welle zur Folge und würde somit nur zu einer unnötigen Vergrößerung des Modells und damit zu mehr Rechenzeit- und Speicherplatzbedarf führen. In **Bild 5.3** ist beispielhaft das mechanische Ersatz-

**Abhängigkeit der berechneten Eigenfrequenz von der Elementierung**



**Bild 5.1:** Eigenfrequenzverhalten in Abhängigkeit der Elementierung



**Bild 5.2:** Netzstruktur einer Rotorwelle (25 Sektoren)

schaltbild für die Modellierung der Lagerung unter Einbeziehung der Lagersteifigkeit des rechten Wellenzapfens für die Welle nach Bild 5.2 dargestellt. Die Berücksichtigung derartiger Details für die Modalanalyse eines mit dieser Welle gekoppelten Rotors zeigt **Tab. 5.1**.

Mode	Lagersteifigkeit [N/m]		
	$6 \cdot 10^7$	$6 \cdot 10^{10}$	$\infty$
1	$193,4 \text{ min}^{-1}$	$560,2 \text{ min}^{-1}$	$563,4 \text{ min}^{-1}$
2	$2036,9 \text{ min}^{-1}$	$2359,6 \text{ min}^{-1}$	$3877,8 \text{ min}^{-1}$
3	$2036,9 \text{ min}^{-1}$	$2359,6 \text{ min}^{-1}$	$3877,8 \text{ min}^{-1}$
4	$4317,2 \text{ min}^{-1}$	$7904,9 \text{ min}^{-1}$	$8608,8 \text{ min}^{-1}$

Tab. 5.1: Einfluß der Lagersteifigkeit auf die Eigenmodenberechnung

Danach werden die Eigenfrequenzen der Welle entscheidend durch die Modellierung der Lagersteifigkeit beeinflusst. Die Eigenfrequenzen sind demnach eine Funktion des Systems Welle / Lagerung und nicht nur der Welle selbst. Die richtige Wahl der Systemgrenzen erweist sich folglich als elementar für eine realitätskonforme Simulation.

Bild 5.4 zeigt ein Beispiel für das Konvergenzverhalten der Ergebnisse bei Verwendung von Elementen niederen und höheren Ansatzes. Ein deutlich besseres Konvergenzverhalten ist in diesem Zusammenhang bei Elementen mit quadratischem Berechnungsansatz zu beobachten. Im allgemeinen gilt, daß der Einsatz von Elementtypen höheren mathematischen Ansatzes zu Genauigkeitssteigerungen führt. Der Grund sind die zusätzliche Zwischenknoten dieser Elemente. Begleitet wird diese Genauigkeitssteigerung jedoch von exponentiell ansteigenden Rechenzeiten und wachsendem Speicherbedarf. Ähnliches gilt auch für die Analyse sehr komplexer Probleme durch FEM-Systeme, die nach der p-Methode arbeiten, wobei die Genauigkeit der Berechnung durch eine automatische konvergenzgesteuerte Erhöhung der Anzahl der Zwischenknoten gesteigert wird.

Element- und Netzgeometrie nehmen ebenso Einfluß auf die Simulation, d.h. je gleichmäßiger die Form der Elemente und je ästhetischer im allgemeinen ein Netz ist, umso genauer sind in aller Regel die Ergebnisse. Ein Netz, welches aus zu stark verzerrten Elementen oder zu groben Übergängen besteht, liefert schlechtere Ergebnisse als ein gleichmäßiger geformteres. Auch zeigt der Einsatz von Hexaederelementen bessere Ergebnisse als der von Tetraederelementen. Sehr wichtig ist es, immer wieder zwischen unterschiedlichen Problemstellungen zu differenzieren. Nicht alles, was sich in einem Fall positiv auswirkt, muß auch für einen anderen gelten; z.B. erweist sich die Ausnutzung von Bauteilsymmetrien im Bereich

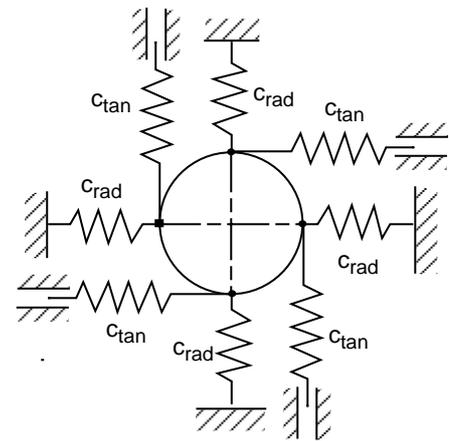


Bild 5.3: Lagerung des rechten Wellenzapfens

### Abhängigkeit der berechneten Eigenfrequenz von der Elementierung

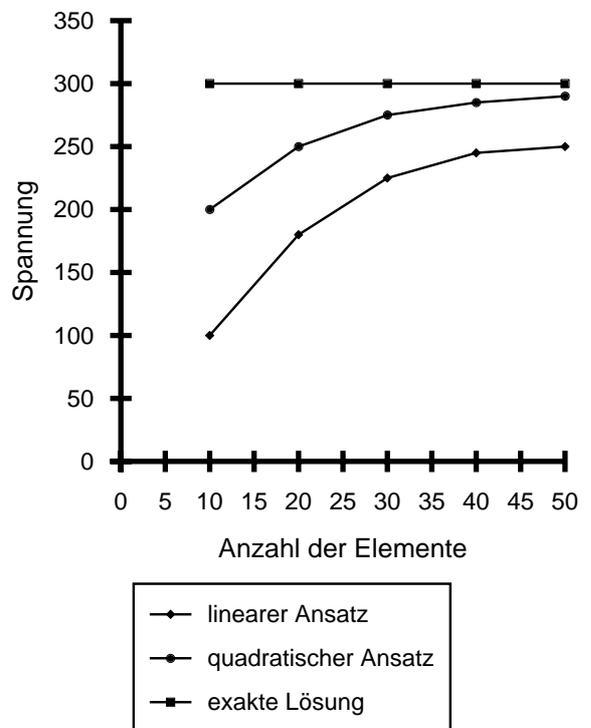


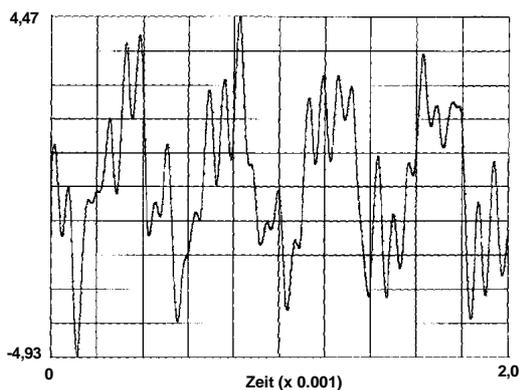
Bild 5.4: Eigenfrequenzverhalten in Abhängigkeit der Elementierung /1/

der statischen Simulation, bei reduziertem Arbeitsaufwand sowie gleichbleibender Ergebnislösung als sehr hilfreich und effizient. Der Versuch, im Fall der Simulation des dynamischen Bauteilverhaltens ebensolche Symmetrien auszunutzen, führt dagegen zu falschen Resultaten.

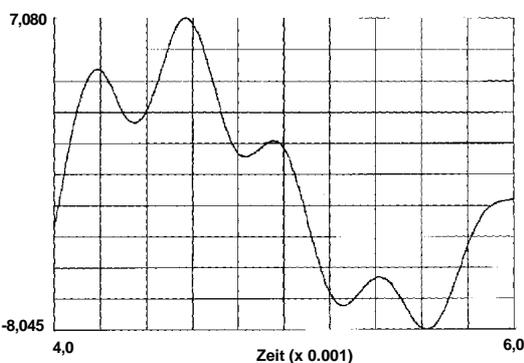
Überhaupt verfügt die Simulation dynamischer Prozesse über wesentlich ausgeprägtere Fehlerquellen. Dieses beginnt bereits mit der zu verwendenden

Maßeinheit. In den meisten Fällen ist ein Abgleich der verwendeten Längeneinheit für die Bauteilabmessung mit den innerhalb des Systems für die dynamischen Berechnung verwendeten Einheiten erforderlich. Ähnliches gilt auch für den Sonderfall der statischen Analyse unter Einbeziehung von Fliehkraftwirkung.

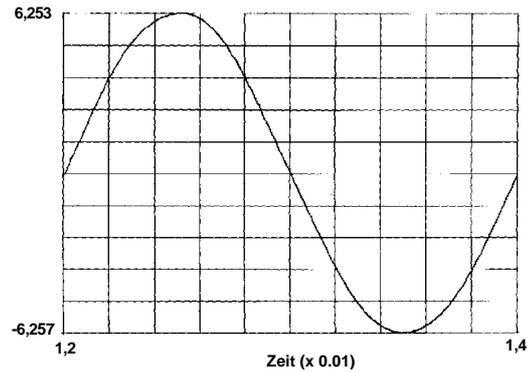
Ein weiteres Beispiel für Fehlermöglichkeiten liefert die Frequenzanalyse einer Struktur. Soll das Antwortverhalten einer komplexeren Struktur im Bezug auf eine harmonische Erregung bestimmt werden, ist eine gewisse Mindestanregungsdauer erforderlich, so daß sich ein eingeschwungener Zustand des Systems einstellen kann, ansonsten sind die Resultate aufgrund zu großer Ströreinflüsse unbrauchbar, vgl. **Bilder 5.5 bis 5.7.**



**Bild 5.5:** Beschleunigungsantwort  
(Rechenzeit 1 Periode) /2/



**Bild 5.6:** Beschleunigungsantwort  
(Rechenzeit 3 Perioden) /2/



**Bild 5.7:** Beschleunigungsantwort  
(Rechenzeit 6 Perioden) /2/

Abschließend sei also nochmals darauf hingewiesen, daß Simulationsprogramme lediglich ein Werkzeug des Ingenieurs sind, das wie jede Maschine nur dann richtig arbeitet, wenn es im Zusammenhang mit dem notwendigen Fachwissen und einem ständigem kritischem Hinterfragen der Resultate eingesetzt wird.

#### Literatur

- /1/ P. Fröhlich: FEM-Leitfaden, Einführung und praktischer Einsatz von Finite-Element-Programmen, Springer-Verlag, 1995
- /2/ A. Schmidt, V. Costes: FE-Analysis of rectangular disc structures with embeded discontinuities excited by a sinusoidal force with variable frequency