

## Ausnutzung von Symmetrieebenen zur Berechnung drehmomentbeanspruchter Bauteile

Wesolowski, K.

Die Berechnung tordierter Bauteile erfordert handhabbare Ersatzmodelle, die das tatsächliche Spannungs- und Verformungsverhalten des realen Bauteils ausreichend genau beschreiben. Mit der Finite Elemente Methode steht dem Konstrukteur ein brauchbares Werkzeug zur Lösung solcher Probleme zur Verfügung. Die Abbildung des kompletten dreidimensionalen Bauteils sprengt jedoch oft die vorhandene Speicherkapazität. In diesem Artikel wird aus dem grundsätzlichen Spannungs- und Verformungsverhalten prismatischer Stäbe abgeleitet, wie vorhandene Symmetrien des tordierten Bauteils genutzt werden können, um mit der Abbildung sektorförmiger Teilmodelle die benötigte Speicherkapazität und Rechenzeit zu reduzieren.

For the design of machine components under torsional strain it's necessary to find usefull models for calculation, which correctly represent the behaviour of stress and deformation. The Finite Element Method is a efficient tool for the solution of such problems. A complete three dimensional model of the real machine component often needs to much storing capacity. In this article the general behaviour of stress and deformation of prismatic rods is used to define planes of symmetry to reduce the complete machine component to a sector model. By using sector models the required storing capacity and the computing time can be reduced.

### 1. Theorie der Torsion prismatischer Stäbe

In diesem Abschnitt wird das grundsätzliche Verformungs- und Spannungsverhalten prismatischer Stäbe beschrieben, die durch ein Drehmoment um die Stabachse (Torsion) belastet werden.

#### 1.1 Stäbe mit Kreis- und Kreisringquerschnitt

Bei der Torsion von Stäben mit Kreis- und Kreisringquerschnitten tritt grundsätzlich keine Querschnittsverwölbung auf, die Querschnitte bleiben eben. Im

unbelasteten Zustand radial verlaufende Linien bleiben bei Belastung geradlinig, d.h., die Querschnittsfläche verdreht sich als starres Ganzes. Axial verlaufende, geradlinige Mantellinien auf der Oberfläche werden zu Schraubenlinien, **Bild 1.1**.

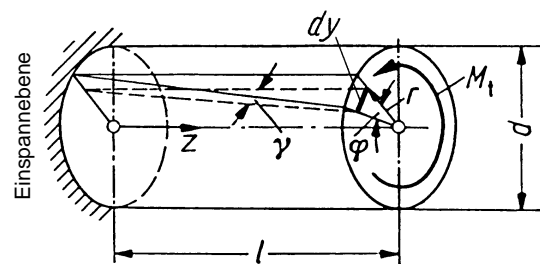


Bild 1.1 Verformungen eines tordierten Stabes mit Kreisquerschnitt /1/

Die Verdrehung  $dy$  ist proportional zum Radius:

$$dy = r \cdot \sin \varphi \quad (1.1)$$

Die Schubspannungen  $\tau$  nehmen ebenfalls linear mit dem Radius  $r$  zu, **Bild 1.2**

$$\tau(r) = \frac{2r}{d_a} \cdot \tau_{\max} \quad (1.2)$$

Die maximale Schubspannung kann aus dem Drehmoment  $T$  und dem polaren Widerstandsmoment  $W_t$  berechnet werden.

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_t} \quad (1.3)$$

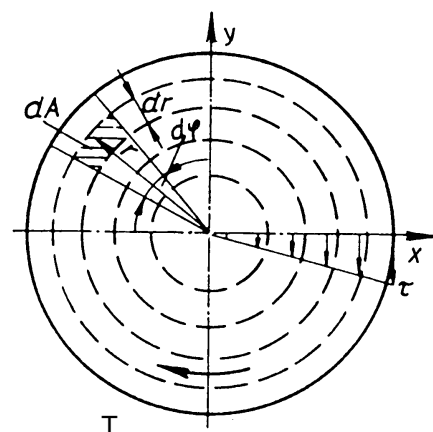


Bild 1.2 Schubspannungsverteilung im Querschnitt eines tordierten Zylinders /2/

Für die Hauptspannungen gilt an jeder Stelle des Stabs:

$$\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau(r) \quad \text{und} \quad \sigma_2 = 0 \quad (1.4)$$

Die Darstellung der Spannungen im Spannungstensor bei Festlegung der Koordinatenachsen wie in Bild 1.2 dargestellt (X- und Y-Achse in der Ebene der Querschnittsfläche, Z-Achse = Zylinderachse), hat folgende Form:

$$S_T = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Die Darstellung des ebenen Torsionsspannungszustands im MOHRschen Kreis zeigt **Bild 1.3**.

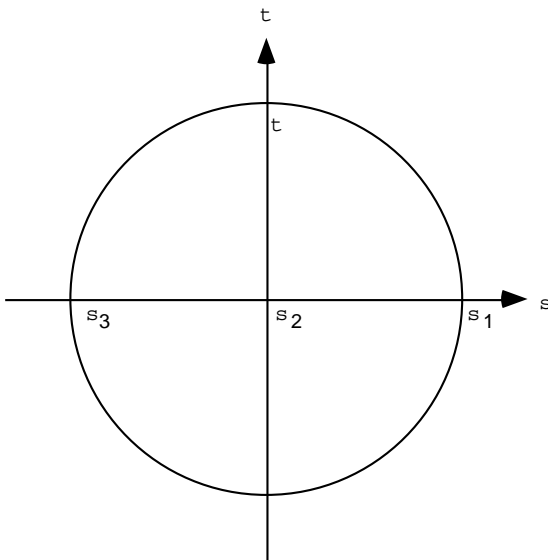


Bild 1.3 MOHRscher Spannungskreis für reine Torsion

## 1.2 Stäbe mit beliebigem Querschnitt

Bei Stäben mit beliebigem Querschnitt treten bei Verdrehung im allgemeinen Querschnittsverwölbungen auf. Im Fall unbehinderter Verwölbung gilt die Theorie von SAINT-VENANT /3/. Die Lösung des Problems kann auf eine Verwölbungs- oder Spannungsfunktion zurückgeführt werden, bei der für die Potential- bzw. Poissonsche Gleichung bestimmte Randbedingungen erfüllt werden müssen. Analytisch geschlossene Lösungen liegen nur für wenige Querschnitte (z.B. Ellipse, Dreieck, Rechteck) vor /1/. Prinzipiell gelten auch hier die Beziehungen (1.1) und (1.3). Polare Torsionsflächenmomente  $I_t$  und -widerstandsmomente  $W_t$  ausgewählter Querschnitte finden sich u.a. in /1/.

Der Spannungstensor hat bei ungehinderter Querschnittsverwölbung die gleichen Komponenten wie der Tensor von Stäben mit Kreis- bzw. Kreisringquerschnitt, Gleichung (1.5).

Wird die Ausbildung der Verwölbung z.B. durch eine feste Einspannung verhindert, so treten Normalspannungen in Stabachsrichtung auf. Damit verbunden sind zusätzliche Schubspannungen. Der Verdrehwinkel  $\varphi$  wird kleiner als bei wölbunbehinderter Torsion. Für Vollquerschnitte liegen nur in einzelnen Fällen Näherungslösungen vor /1/. Der allgemeine Spannungstensor für Stäbe, bei denen die Verwölbung behindert wird, hat folgende Komponenten:

$$S_{T,Wölb} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

## 2. Rechenmodell für Bauteile unter Torsionsbeanspruchung

### 2.1 Definition eines Sektormodells

Die Beanspruchung durch Torsion erzeugt einen ebenen Hauptspannungszustand, wenn eine eventuell vorhandene Querschnittsverwölbung nicht unterdrückt wird. Die Hauptspannungen liegen jedoch nicht in einer der Hauptrichtungen (radial, axial, tangential) des tordierten Bauteils, sondern liegen um  $45^\circ$  gegenüber der Längsachse verdreht. Daher kann die Torsion trotz des ebenen Spannungszustands nicht durch ein zweidimensionales ebenes Modell abgebildet werden, sondern nur durch ein räumliches Modell.

Die Abbildung eines kompletten dreidimensionalen Bauteils ist jedoch sehr speicherintensiv. Durch die Abbildung eines Teilmodells kann der Speicherbedarf erheblich reduziert werden – vorausgesetzt, das Teilmodell beschreibt das Spannungs- und Verformungsverhalten des gesamten Bauteils ausreichend genau.

Viele in der Praxis eingesetzte Bauteile besitzen gleiche Formelemente der Anzahl  $n$ , die sich bei Rotation um die Bauteilachse um den Winkel  $\alpha_n = 360^\circ/n$  wiederholen.

Beispiele: Flanschverbindung mit gleichmäßigem Lochkreis ( $n$  = Anzahl der Löcher), Profile von Trägern (Doppel-T Träger hat zweimal das Form-

element "T",  $n = 2$ ), Profilwellen, Zahn- und Keilwellen ( $n =$  Anzahl der Zähne) usw. Treten sich wiederholende Formelemente auf, so kann das Spannungs- und Verformungsverhalten des tordierten Bauteils durch ein Teilmodell in Sektorform beschrieben werden<sup>1</sup>. Die seitliche Begrenzung der Sektormodelle erfolgt durch Symmetrieebenen, die vor der Festlegung der Randbedingungen definiert werden müssen.

Lassen sich an einem Bauteil keine solchen Formelemente finden, so muß zur Berechnung das komplette Bauteil abgebildet werden.

#### Definition von Symmetrieebenen in Bauteilen mit sich wiederholenden Formelementen

Wiederholt sich das Spannungs- und Verformungsverhalten eines Sektors mit dem Öffnungswinkel  $\alpha_{\text{sek}}$ , der durch die Schnittebenen  $S_A$  und  $S_B$  begrenzt wird, nach beliebig oft durchgeführter Rotation um den Winkel  $\alpha_{\text{sek}}$  und weisen die Schnittebenen keine Verwölbung in axialer Richtung auf, so sind die Schnittebenen  $S_A$  und  $S_B$  Symmetrieebenen. Gibt es in der Winkelhalbierenden des Sektors zwischen  $S_A$  und  $S_B$  eine Schnittebene  $S_M$  ohne axiale Verschiebung, an der sich die Spannungen zwischen  $S_A$  und  $S_M$  spiegeln, so wird durch  $S_M$  eine weitere Symmetrieebene gekennzeichnet.

Aus dieser Definition und den Beziehungen unter Abschnitt 1 läßt sich das Spannungs- und Verformungsverhalten eines Sektormodells bzw. eines Bauteils mit Symmetrieebenen beschreiben.

#### Verformungs- und Spannungsverhalten tordierter Bauteile mit Symmetrieebenen

- In axialer Richtung treten keine Normalspannungen auf.
- Der Verdrehwinkel  $\varphi$  nimmt in axialer Richtung linear zu.
- Punkte auf den Symmetrieebenen verschieben sich nicht in axialer Richtung.
- Der Verdrehwinkel  $\varphi$  an den Symmetrieebenen ist unabhängig vom Radius.
- Die Schubspannungen sind unabhängig von der Längenkoordinate.

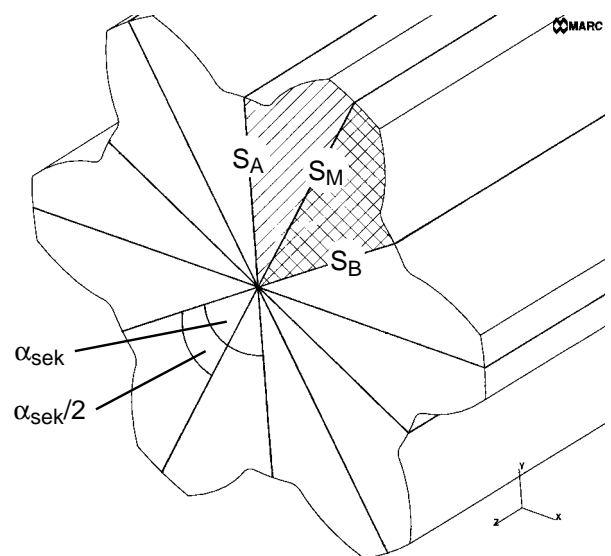
<sup>1</sup> bei Vernachlässigung fertigungsbedingter Formabweichungen

#### Beispiel 1: Symmetrieebenen eines Stabes mit Kreis- bzw. Kreisringquerschnitt

Bei Stäben mit Kreis- oder Kreisringquerschnitt unter Torsion sind auf den ersten Blick keine signifikanten Formelemente oder Symmetrieebenen zu finden. Bei genauer Betrachtung der Definition stellt man jedoch fest, daß Stäbe mit Kreis- oder Kreisringquerschnitt unendlich viele Symmetrieebenen bzw. Formelemente besitzen. Formelement eines solchen Stabes ist ein Kreis- bzw. Kreisringsektor beliebigen Öffnungswinkels.

#### Beispiel 2: Symmetrieebenen einer Zahnwelle

Eine Zahnwelle ist ein Bauteil mit ausgeprägten Formelementen, deren Anzahl mit der Zähnezahle übereinstimmt. Die Symmetrieebenen einer Zahnwelle werden in **Bild 2.1** dargestellt.



**Bild 2.1** Darstellung der Symmetrieebenen bezüglich Torsion um die z-Achse an einer Zahnwelle /4/

Aus Gründen des stetigen Übergangs von einem Zahnsektor auf den nächsten muß die Verformung und die Krümmung der Oberfläche auf den Schnittebenen  $S_A$  und  $S_B$  übereinstimmen, da die Ebene  $S_B$  gleichzeitig rechter Rand des gekennzeichneten Sektors und linker Rand und damit Ebene " $S_A$ " des darauffolgenden Zahnsektors ist. Da das Formelement "Zahnsektor" spiegelsymmetrisch bezüglich der Ebene  $S_M$  ist, muß bei Torsion auch die axiale Verschiebung und die Verdrehung  $\varphi$  innerhalb der Schnittebene  $S_M$  mit der der Ebenen  $S_A$  und  $S_B$  übereinstimmen.

Aus dem Spannungs- und Verformungsverhalten bezüglich der Symmetrieebene  $S_M$  kann auf die Anzahl der Symmetrieebenen eines Bauteils mit  $n$  Formelementen geschlossen werden:

*Ist ein Formelement spiegelsymmetrisch zu einer Ebene, die die Bauteilachse enthält, besitzt das Bauteil unter reiner Torsionsbeanspruchung  $2 \cdot n$  Symmetrieebenen.*

## 2.2 Randbedingungen bei der Berechnung tordierter Sektormodelle

Für das Sektormodell eines Bauteils mit sich wiederholenden Formelementen können folgende Randbedingungen bezüglich der Modelleinspannung abgeleitet werden:

### Randbedingungen zur Berechnung tordierter Bauteile mit Symmetrieebenen

- Punkte auf den Symmetrieebenen müssen in axialer und radialer Richtung zur Simulation der Verdrehung festgelegt werden.
- Punkte auf der Einspannebene (Bild 1.1) müssen in tangentialer Richtung eingespannt werden.
- Die Punkte auf der Mittelachse, soweit vorhanden, können in allen Koordinatenrichtungen festgelegt werden, da die Position der Mittelachse erhalten bleiben muß.

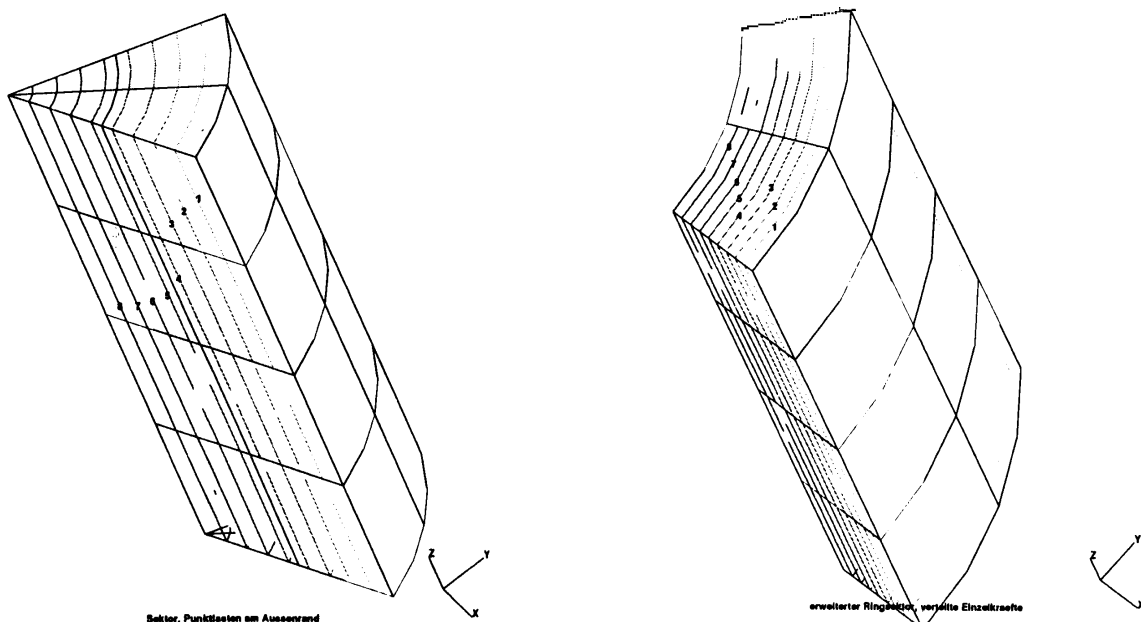
### Beispiel 1: Berechnungsmodell eines Stabes mit Kreis- bzw. Kreisringquerschnitt

Mit diesen Bedingungen wurden Sektormodelle eines Stabes mit Kreis- bzw. Kreisringquerschnitt abgebildet und mit der Methode der Finiten Elemente berechnet /5, 6/. Der Sektoröffnungswinkel wurde willkürlich mit  $\alpha_{\text{sek}} = 45^\circ$  gewählt.

Randbedingungen des Modells:

|                     |   |
|---------------------|---|
| tangente Fesselung: | Punkte auf Einspannebene                  |
| radiale Fesselung:  | Punkte auf Sektorrändern                  |
| axiale Fesselung:   | Punkte auf Sektorrändern                  |
| Momenteinleitung:   | tangente Last auf Punkte des freien Endes |

Streng genommen genügen die gewählten Fesselungen nicht der Anforderung (a), da auch im Sektormodell unendlich viele Symmetrieebenen existieren. Exakt wäre eine axiale Fesselung aller Punkte des Modells, da bei Stäben mit kreisförmigem Querschnitt keine Verwölbung auftritt. Der Vergleich der FEM-Ergebnisse mit den Ergebnissen der Analytik zeigt dennoch eine hervorragende Übereinstimmung. Bei genügendem Abstand von der Lasteinleitung sind Abweichungen bei den Spannungen und beim Verdrehwinkel  $\varphi$  praktisch nicht feststellbar ( $< 1\%$ ), obwohl der  $45^\circ$ -Kreisbogen nur durch vier Geradenstücke angenähert wurde. Der Spannungszustand entspricht dem der Torsion, **Bild 2.2**. Obwohl die Punkte zwischen den Sektorrändern im axialen Freiheitsgrad nicht unterdrückt wurden, tritt eine Querschnittsverwölbung praktisch nicht auf.



**Bild 2.2** Verlauf der ersten Hauptspannung in Sektormodellen einer zylindrischen Voll- und Hohlwelle unter Torsion /4/

**Beispiel 2:** Berechnungsmodell einer Zahnwelle unter Torsionsbeanspruchung

Unter Verwendung obiger Randbedingungen wurde eine Zahnwelle mit 6 Zähnen unter Torsionsbeanspruchung als Sektormodell mit dem kleinsten möglichen Öffnungswinkel  $= 360^\circ/(2 \cdot n) = 30^\circ$ , siehe Bild 2.1, abgebildet und mit der FEM berechnet. Da keine analytische Lösung existiert, wurde zur Überprüfung der Randbedingungen eine komplette Zahnwelle mit 6 Zähnen abgebildet, die lediglich an einem Punkt auf der Mittelachse in axialer Richtung festgelegt wurde.

Randbedingungen des Sektormodells:

tangentiale Fesselung: Punkte auf Einspannebene  
 radiale Fesselung: Punkte auf Sektorrändern  
 axiale Fesselung: Punkte auf Sektorrändern  
 Momenteinleitung: tangentielle Last auf Punkte des freien Endes

Randbedingungen des kompletten Modells:

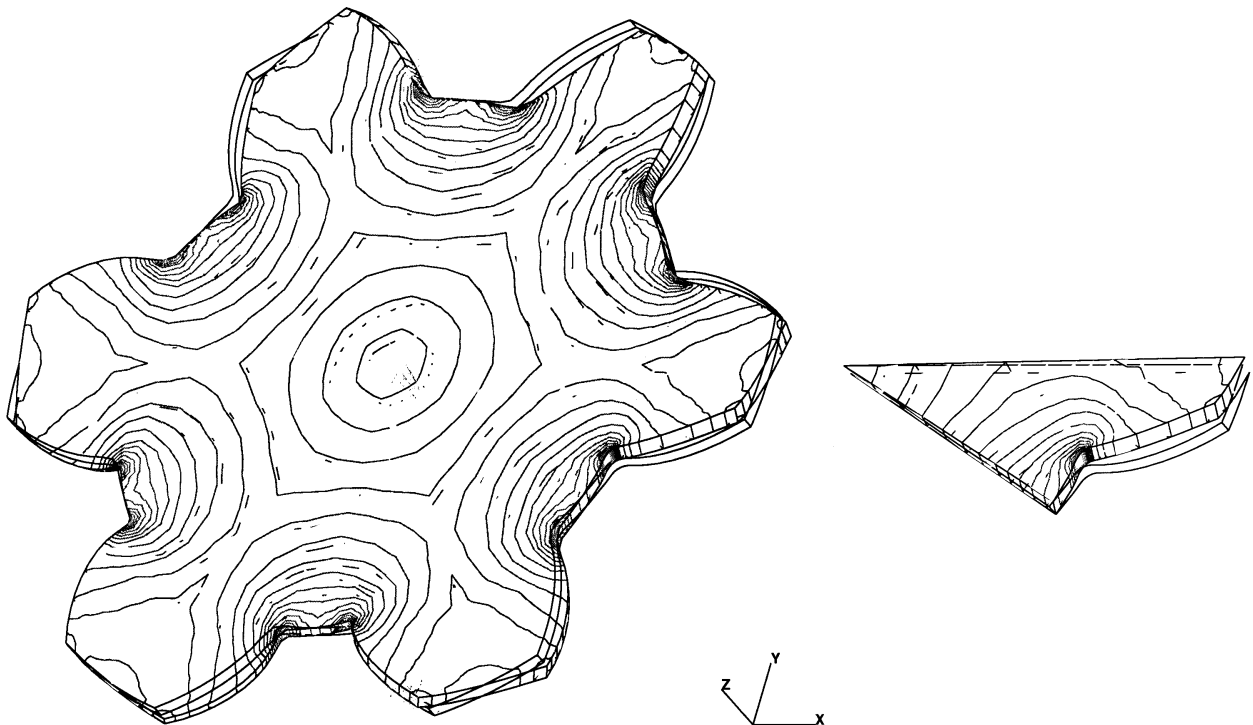
tangentiale Fesselung: Punkte auf Einspannebene  
 radiale Fesselung: keine  
 axiale Fesselung: Punkt der Einspannebene auf der Mittelachse  
 Momenteinleitung: tangentielle Last auf Punkte des freien Endes

**Bild 2.3** zeigt eine dünne Scheibe des Sektor- und des kompletten Modells. Durch einen großen Überhöhungsfaktor in der Verformung wurde die axiale Querschnittsverwölbung zwischen den Symmetrieebenen sichtbar gemacht. Deutlich sind beim Vollmodell die Nulldurchgänge der Verwölbung an den definierten Symmetrieebenen erkennbar, obwohl das Modell nur an einem Punkt auf der Achse festgelegt wurde. Die Abweichungen der Spannungen und Verformungen beider Modelle liegen unter 1%.

Die Rechenzeit und der Speicherbedarf des Sektormodells liegt erheblich unter der des Vollmodells.

**Beispiel 3:** Berechnungsmodell einer reibschlüssigen Flanschverbindung unter Torsion

Berechnet werden soll ein Flansch (**Bild 2.4**), der das über das freie Ende (Hohlwellenseite) eingeleitete Drehmoment reibschlüssig weiterleitet. Der Flansch wird über acht Schrauben mit dem Gegenstück befestigt. Unter reiner Torsionsbeanspruchung weist ein Flansch  $2 \cdot n$  Symmetrieebenen auf, wobei  $n$  der Anzahl der Löcher entspricht.



**Bild 2.3** Verlauf der ersten Hauptspannung und Darstellung der Verformungen im Vollmodell und im Sektormodell einer Zahnwelle unter Torsion /4/

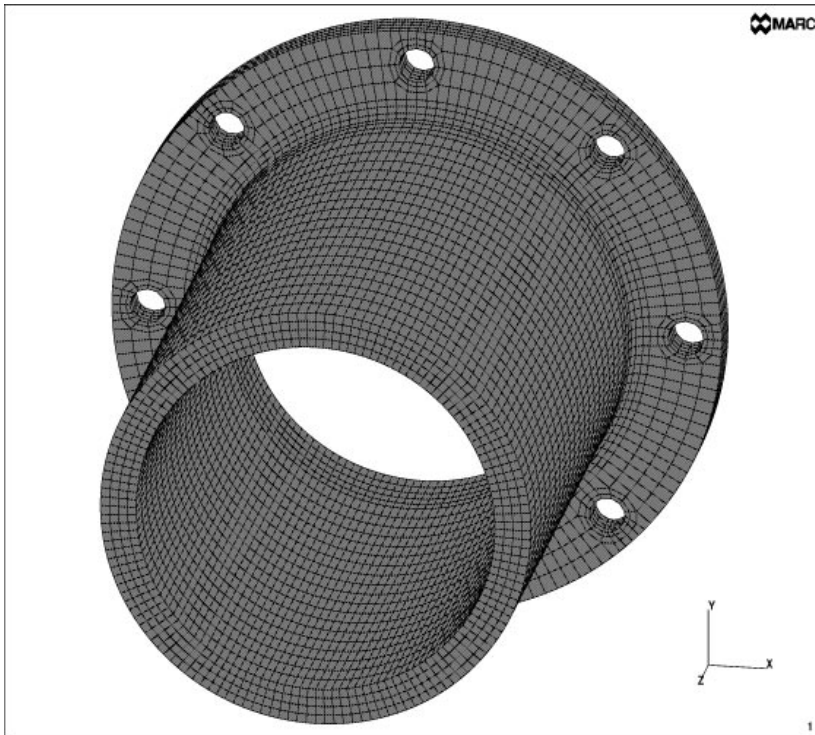


Bild 2.4 Kompletmodell des Flansches mit 8 Löchern

**Bild 2.5** zeigt das Ergebnis der FEM-Rechnung am kleinsten möglichen Modell zur Simulation der Torsionsbeanspruchung. Die Einspannungsbedingungen entsprechen exakt denen des Zahnwellensektors.

Da der Flansch im Bereich des Lochkreises von der Kreis- bzw. Kreisringform abweicht, stellt sich unter Torsion eine Querschnittsverwölbung der Einspann-

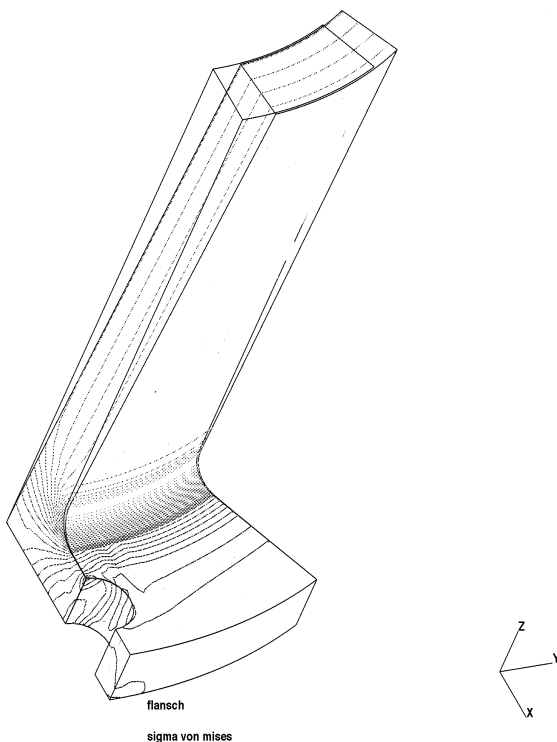


Bild 2.5 Verlauf der Vergleichsspannung nach v. Mises und Darstellung der Verformungen im Sektormodell unter Torsion (1/16 des Flansches).

fläche ein, ähnlich der Verwölbung einer Zahnwelle.

Wenn der Flansch fest (reibschlüssig) mit dem Gegenstück verschraubt wird, wird die Verwölbung in axialer Richtung durch das Anziehen der Schraube und das Anliegen am Gegenstück der Flanschverbindung, je nachdem auf welcher Seite des Loches, unterschiedlich stark behindert. Der Spannungszustand ist daher nicht mehr symmetrisch zur Schnittebene durch die Lochmitte und entspricht nicht mehr dem der Torsion! Dadurch wird die Anzahl der Symmetrieebenen des Flansches auf die Anzahl der Löcher reduziert.

**Bild 2.6** zeigt die Ergebnisse einer Rechnung, bei der die angezogene Schraube durch eine axiale Druckbe-

anspruchung um das Schraubenloch simuliert wurde. Die Unterdrückung der Querschnittsverwölbung der Flanschverbindungsfläche wurde durch eine axiale Einspannung aller Punkte dieser Fläche erreicht. Das unsymmetrische Spannungsverhalten bezüglich der Schnittebene durch die Lochmitte ist vor allem in der Umgebung des Schraubenloches zu erkennen.

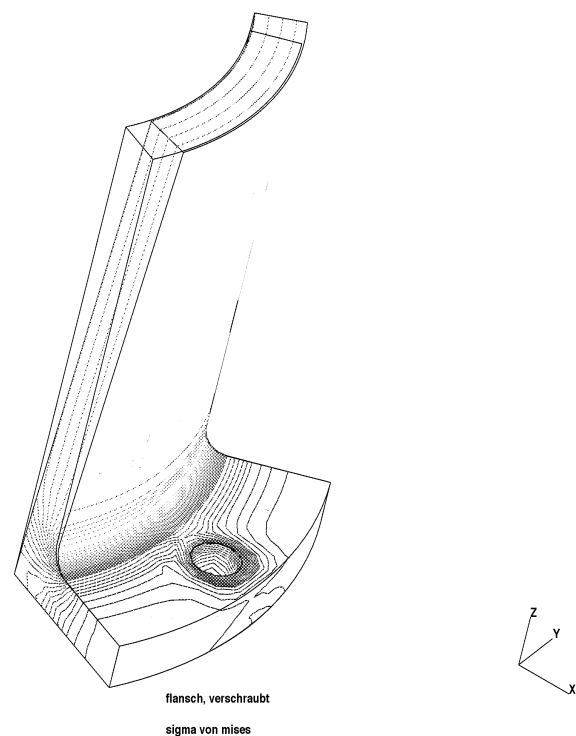


Bild 2.6 Vergleichsspannung und Verformung im Sektormodell bei Verschraubung und Drehmoment (1/8 des Flansches).

### 3. Rechenmodell für Bauteile, bei denen die Torsion bereichsweise gestört ist

Im Beispiel 3 des vorherigen Abschnitts wurde die Torsion an der Einspannstelle durch die Unterdrückung der Querschnittsverwölbung gestört. Dennoch ließ sich bei der Beachtung der Definition der Symmetrieebenen (Abschnitt 2.1) ein Sektormodell finden, daß den Spannungs- und Verformungszustand des kompletten Bauteils ausreichend genau beschreibt.

In den seltensten Fällen tritt in der Praxis das Problem der reinen Torsion auf. In der Regel weicht das Spannungs- und Verformungsverhalten zumindest in den Bereichen von der Torsion ab, in denen das Drehmoment eingeleitet bzw. abgegriffen wird. Bei Bauteilen mit Formelementen kann jedoch meistens ein Sektormodell gefunden werden, solange keine Momente senkrecht zur Drehmomentenachse wirken. Eine sehr wichtige Randbedingung, die bisher nicht explizit erwähnt wurde, ist die folgende (vergleiche dazu die Definition der Symmetrieebenen):

#### Randbedingung für die Symmetrieebenen $S_A$ und $S_B$

- d. Die Verschiebungen von Punkten auf den Symmetrieebenen  $S_A$  und  $S_B$  gleicher Radius- und Höhenkoordinate müssen in den Freiheitsgraden radial, tangential und axial übereinstimmen.

Durch die Randbedingung 2.2 (a) wurde die Bedingung (d) bei reiner Torsion erfüllt, auch wenn die Verschiebung der Sektorränder in tangentialer Richtung nicht gekoppelt wurde (reine Torsion: Spannungen spiegelsymmetrisch zu  $S_M$ , gilt wegen Hook auch für die Dehnungen). Erfüllt die Ebene  $S_M$  nicht mehr die Bedingungen einer Symmetrieebene, kann es bei ausschließlicher Festlegung in radialer und axialer Richtung zu unterschiedlichen Verschiebungen in tangentialer Richtung entsprechender Punkte der Ebenen  $S_A$  und  $S_B$  kommen.

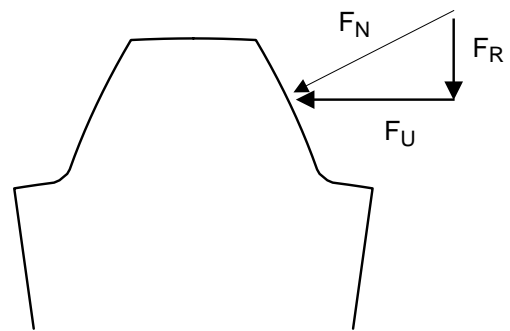
Die Randbedingung (d) ist umfassender als (a). Sie läßt im Gegensatz zu (a) radiale und axiale Verschiebungen zu. Damit werden neben der reinen Torsion Beanspruchungen in radialer und axialer Richtung ermöglicht. Selbstverständlich können alle unter Abschnitt 2 aufgeführten Modelle auch mit Randbedingung (d) statt (a) berechnet werden. Der Vorteil durch die Nutzung der Symmetrieebene  $S_M$  bei Modellen

unter reiner Torsionsbeanspruchung geht jedoch verloren (Sektor doppelt so groß wie erforderlich). Desweiteren ist bei den meisten FEM-Systemen eine feste Einspannung von Freiheitsgraden leichter als die Koppelung der Freiheitsgrade zweier Punkte.

An einem Beispiel mit von der reinen Torsion abweichender Beanspruchung werden die Vorzüge der Randbedingung (d) dargestellt.

#### Beispiel 4 Berechnungsmodell einer Zahnwellenverbindung unter Drehmomentbelastung

Die Einleitung eines Drehmoments in eine Zahnwelle erfolgt über den Zahnflankenkontakt zur Nabe. **Bild 3.1** zeigt vereinfachend die Flankennormalkraft  $F_N$  auf den Wellenzahn, die aus dem Flankenkontakt entsteht.



**Bild 3.1** Flankennormalkraft und Kraftkomponenten auf der Zahnflanke  $/4/$

Die Flankennormalkraft kann in eine Umfangskraft  $F_U$  und eine Radialkraft  $F_R$  zerlegt werden. Dadurch entsteht im Zahn eine Beanspruchung durch Zahnbiegung, Druck und Schub, die den Zahn verdreht und radial einfedern läßt. Eine feste Einspannung der Sektorränder in radialer Richtung würde das Ergebnis verfälschen. Durch die einseitige Flankenlast ist der Spannungs- und Verformungszustand nicht mehr symmetrisch zur Zahnmitte, d.h., die Anzahl der Symmetrieebenen reduziert gegenüber einer Zahnwelle unter reiner Torsion (Beispiel 2) auf die Anzahl der Zähne. Der kleinste mögliche Sektoröffnungswinkel beträgt  $360^\circ/n$  mit den Sektorrändeebenen  $S_A$  und  $S_B$ . Gleiches gilt auch für die verzahnte Nabe.

Zur Überprüfung der Randbedingungen wird ein Sektormodell von Welle und Nabe einer Zahnwellenverbindung mit 6 Zähnen (Öffnungswinkel  $60^\circ$ ) und ein Kompletmodell abgebildet und mit der FEM im

Kontaktverfahren berechnet. Ein Vergleich der Ergebnisse beider Modelle (**Bild 3.2**) zeigt eine gute Übereinstimmung und bestätigt die Gültigkeit der Randbedingungen für Bauteile, bei denen die Torsion bereichsweise gestört ist.

Randbedingungen des Sektormodells WELLE

- tangentiale Fesselung: Punkte auf Einspannebene
- Koppelung der Freiheitsgrade in axialer, radialer und tangentialer Richtung von Punkten gleicher (rad, ax)-Koordinate auf den Sektorrändern
- Momenteinleitung durch Flankenkontakt

Randbedingungen des Sektormodells NABE

- Koppelung der Freiheitsgrade in axialer, radialer und tangentialer Richtung von Punkten gleicher (rad, ax)-Koordinate auf den Sektorrändern
- Momenteinleitung durch Tangentialkräfte am Nabenaußendurchmesser

Randbedingungen des Kompletmodells WELLE

- tangentiale Fesselung: Punkte auf Einspannebene
- axiale Festlegung am Punkt der Einspannebene auf der Wellenachse
- Momenteinleitung durch Flankenkontakt

Randbedingungen des Kompletmodells NABE

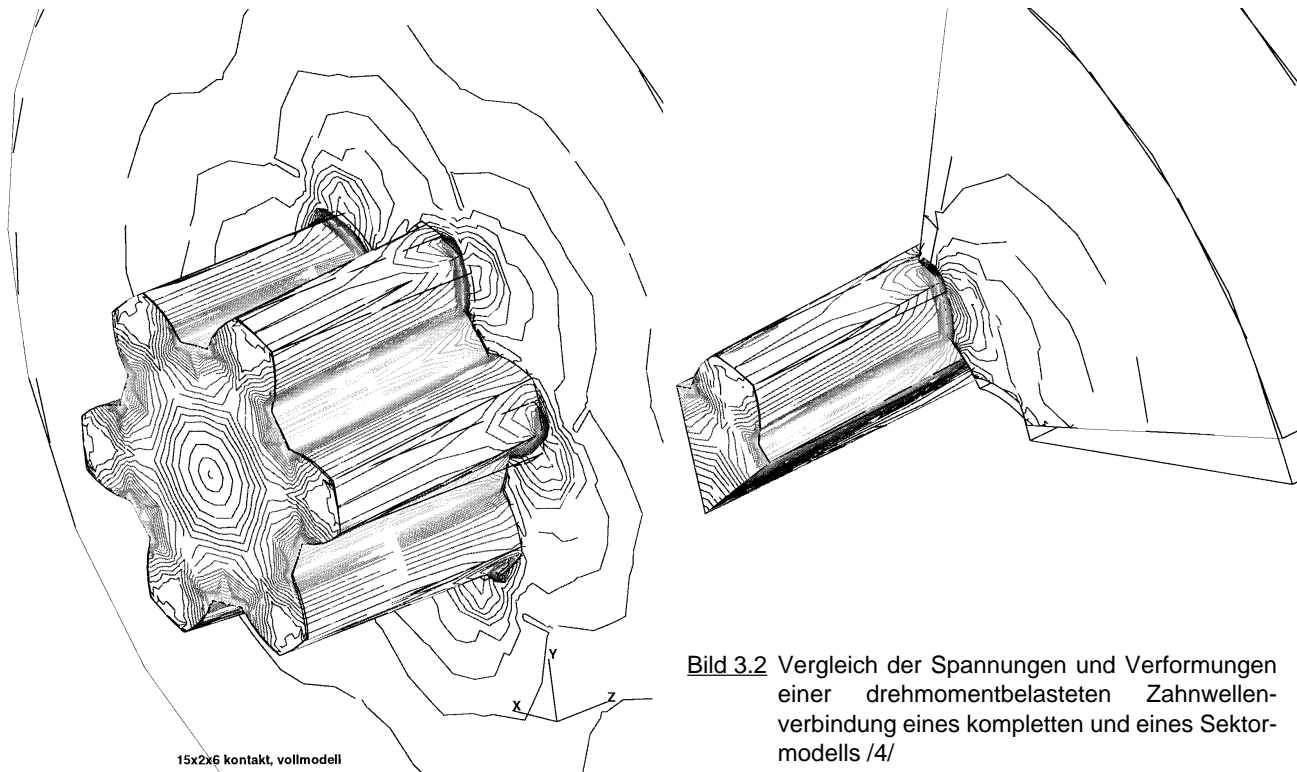
- Momenteinleitung durch Tangentialkräfte am Nabenaußendurchmesser

#### 4. Zusammenfassung

Durch die Anwendung definierter Symmetrieebenen und Randbedingungen können Bauteile mit Formelementen unter Torsionbeanspruchung anhand von Sektormodellen berechnet werden. Eine Erweiterung der Randbedingungen erlaubt neben der Torsion eine in jedem Formelement wirkende Beanspruchung in radialer, tangentialer und/oder axialer Richtung. Durch die Verwendung von Sektormodellen kann der benötigte Speicherplatz und die Rechenzeit erheblich reduziert werden.

#### Literatur

- /1/ Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau, 16. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1987
- /2/ Göldner, H.; Holzweißig, F.: Leitfaden der technischen Mechanik, 7. Auflage, VEB Fachbuchverlag Leipzig 1980
- /3/ Szabó, I.: Höhere Technische Mechanik, 5. Aufl., Springer-Verlag Berlin, 1977
- /4/ Wesolowski, K.: Abschlußbericht zum DFG-Forschungsvorhaben Zahnwellenfestigkeit, Di 289 / 9-1, Institut für Maschinenwesen der TU Clausthal, Juli 1994
- /5/ MENTAT II, MARC Analysis Research Corporation, Palo Alto, USA 1993
- /6/ MARC K5.2, MARC Analysis Research Corporation, Palo Alto, USA 1993



**Bild 3.2** Vergleich der Spannungen und Verformungen einer drehmomentbelasteten Zahnwellenverbindung eines kompletten und eines Sektormodells /4/