Ordnungsanalyse-Toolbox für Matlab®

Käferstein, B.

Die Ordnungsanalyse ist ein weiterführendes Verfahren der Zeit-Frequenzanalyse an rotierenden Maschinen. Während bei einer herkömmlichen Spektralanalyse die einzelnen Fouriertransformierten in Wasserfall oder Farbkodierung über die Zeit dargestellt werden, wird bei der Ordnungsanalyse die Frequenzachse auf die aktuelle Drehzahl normiert. Damit hat man den Vorteil, dass bei steigender Drehzahl nicht die einzelnen drehzahlabhängigen Frequenzen proportional verschoben werden, sondern als konstante Vielfache der Grundschwingung, die „Ordnungen" im Ordnungsspektrogramm entlang der Ordinate fix bleiben.

The order analysis technique is an enhancement of common time-frequency-analysis methods on rotating machinery. Conventional spectral analysis plots the time dependent amplitude spectra over the measurement time in waterfall or colour coded graphs. Order analysis however performs a normalisation to the instantaneous rotational speed. This means that former speed dependent frequencies will no longer increase with angular velocity but will be straight lines parallel to the time axis, called "orders".

1 Einleitung

Die Ordnungsanalyse ist ein weit verbreitetes Auswerteverfahren in der Schwingungstechnik, um an Getrieben drehzahlabhängige Geräusche der Verzahnungsstufen oder Unwuchterscheinungen zu analysieren. Die übliche Darstellung als Frequenzspektrogramm ist aber bei schwankender Drehzahl ungeeignet, da dort alle Geräuschkomponenten, die direkt mit der Drehzahl zunehmen, ebenfalls in der Frequenz variieren und das zu einer Modulation führt. Eine schnelle Auswertung ist damit sehr aufwändig bzw. ganz unmöglich.

Im IMW wird zur Auswertung von Messergebnissen die Programmierumgebung Matlab mit einer breiten Anzahl von Erweiterungsbausteinen (Toolboxen) eingesetzt. Dort ist bereits eine große Anzahl von Signalverarbeitungsalgorithmen realisiert, jedoch fehlt eine Ordnungsanalyse, die im Rahmen eines Industrieprojektes am IMW in eigener Regie implementiert wurde. Nachfolgend sollen ein paar Überlegungen Ergebnisse präsentiert werden, die zum Herunterladen von der Mathworks-Website zur Verfügung stehen.

2 Zeit-Frequenz-Analyse

2.1 Vorbereitung der Messdaten

Um eine Ordnungsanalyse durchführen zu können, ist neben den eigentlichen Schwingungs- oder Luftschallsignalen auch die Drehzahl zu erfassen. Üblicherweise würde man dann einen analogen Drehzahlmesser einsetzen, der ein drehgeschwindigkeitsproportionales Spannungssignal ausgibt, wie es z.B. in älteren KFZ-Tachos üblich war. Im Zeitalter der digitalen Signalverarbeitung verwendet man jedoch Drehgeber mit Lichtschranken und Zeitmesser bzw. Frequenzzähler, die die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Umdrehungen bestimmen und ausgeben. Da nicht jede eingesetzte Messwerterfassungshardware in der Lage ist, diese Auszählung vorzunehmen, wurde die Zählung ebenfalls in Matlab implementiert, so dass nur die ausgelösten Tastimpulse mit gemessen werden brauchen. Der Algorithmus verwendet die aktuelle Drehzahl, die für jedes Messsample als Zahlenwert vorliegen muss. Bei der Auszählung diskretisierter Signale unterliegt man in unvorteilhafter Weise dem Problem endlicher Auflösung, dh. die feste Abtastrate des Messystems führt zu einem konstanten Fehler bei der Bestimmung der Zeitintervalle. Je höher also die Drehfrequenz ist und je kleiner die Zeitintervalle sind, desto größer wird die Ungenauigkeit bei der Drehzahlerfassung, **Bild 1**. Es kommt zu einem starken Springen der momentanen Drehzahl, so dass eine Filterung unumgänglich wird, **Bild 2**, die durch einen phasenneutralen Tiefpass in Vorwärts-Rückwärtsfiltertechnik angewendet wird. Prinzipiell ist auch eine B-Spline-Interpolation möglich, dazu müsste jedoch die Datenmenge drastisch reduziert werden, da sonst der Rechenaufwand zu groß würde.

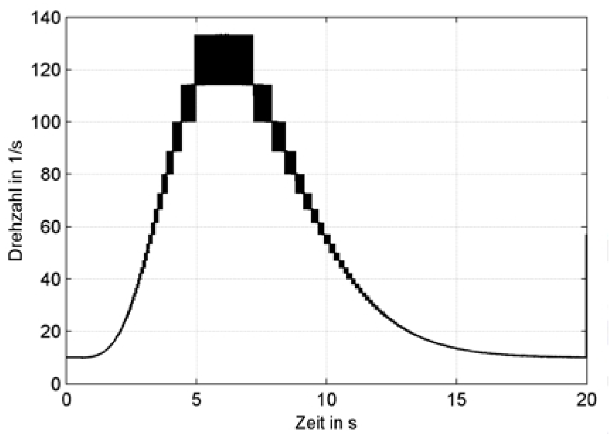

Bild 1: Drehzahl über der Zeit aus dem Taktsignal extrahiert; Messunsicherheit bei hohen Drehzahlen

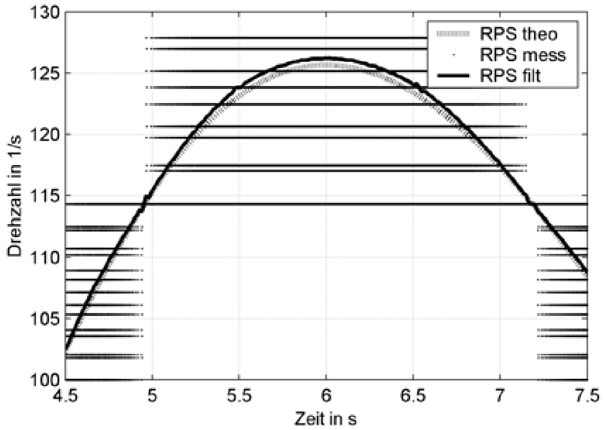

Bild 2: Drehzahlverlauf über die Zeit, vergrößerter Ausschnitt am Peak bei 5 s; Exakter theoretischer Verlauf (- - -), aus dem Signal des Drehgebers errechnetes (.) und gefiltertes Signal (-)

Das zu untersuchende Signal besteht aus einer Überlagerung verschiedener drehzahlproportionaler und drehzahlunabhängiger, teilweise modulierter Komponenten und einem mittenfrequenten Rauschanteil, **Tab. 1**.

Feste Frequenzen Hz:	128.3, 194.77, 370.1
Ordnungen N:	1, 3, 5, 7, 11.2
Modulationen Hz:	0.462, 0.159, variabel
Rauschen:	ca. 1/10 der max. Ampl.

Tab. 1: Frequenzkomponenten im Signal

2.2 Analysen im Zeit-Frequenzbereich

2.2.1 Farbspektrogramm, Strukturanalyse

Darunter ist eine Auftragung der Spektren über eine weitere Achse- hier die Messzeit zu verstehen. Die Einzelspektren werden als Blöcke konstanter Länge berechnet und die Amplituden farblich nach ihrer Höhe gekennzeichnet. Da in der ZFA der Verlauf der Einzelfrequenzen oder der Amplituden über die Messzeit interessiert, werden viele Einzelspektren durch Verschieben des Analysefensters entlang der Zeitachse berechnet und als Farblinien aneinandergehängt, sogenannte STFA (Short-Time-Fourier-Analysis), **Bild 3**. Man befindet sich also vollständig im „Zeitbereich“, da die Rechnung sich allein auf zeitabhängige Größen bezieht. Man erhält ein Farbspektrogramm, das zeitabhängige Modulationen der Amplitude, oder Veränderungen der Frequenz deutlich hervortreten läßt. Dabei ist man jedoch einer Art „Unschärferelation“ unterworfen: je genauer man die zeitliche Auflösung haben will, z.B. bei sich stark ändernden Signalen, desto kleiner muss man die FFT-Fensterlänge, wählen, um die Dynamik nicht zu „verschmieren“. Damit wird aber die Frequenzauflösung kleiner, da diese direkt proportional zur Fensterlänge ist.

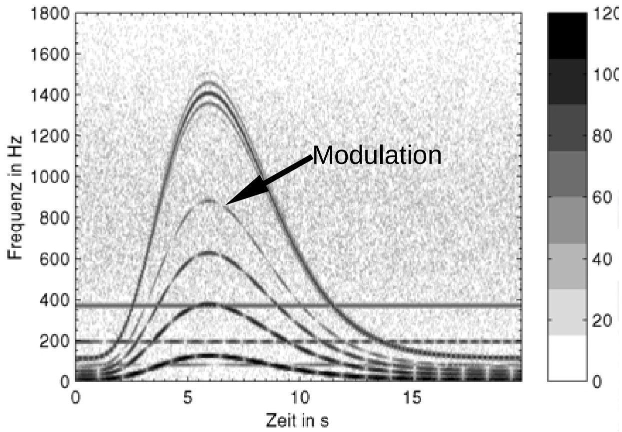

Bild 3: Farbspektrogramm des Signals einer rotierenden Maschine mit modulierten drehzahlabhängigen Komponenten, festen Frequenzen und Rauschen

Der Inhalt im Farbspektrogramm kann auch als Wasserfalldarstellung in isometrischer Projektion erfolgen. Diese aufgrund mangelnder Farbregister der Rechner früher oft eingesetzte Vorgehensweise ist jedoch mittlerweile eher selten anzutreffen.

2.2.2 Campbell-Diagramm

Das Campbell Diagramm ist dem Spektrogramm sehr ähnlich und wird oft bei Hoch- und Runterläufen von Maschinen eingesetzt, um unabhängig von der Messzeit zu werden. Als x-Koordinate wird anstatt der Messzeit die Drehzahl vorgegeben, die nur in den seltensten Fällen direkt proportional zur Messzeit ist. Denn in der Praxis ist es kaum möglich, die Drehzahl so genau zu regeln, dass man einen linearen Anstieg über die Versuchsdauer erhält. Man muss also durch Miterfassen der Drehzahl und geeignete Nachbearbeitung das Campbell Diagramm berechnen. Das geschieht, indem man die x-Achse des Farbspektrogramms (Messzeit zu jeder Spektrallinie) durch die zu jedem Zeitpunkt vorliegende Drehzahl (Bild 1) ersetzt. Da die Drehzahl von der Messzeit abhängt, wird die x-Achse des Farbspektrogramm, Bild 3, an den Stellen, wo sich die Drehzahl stark ändert gedehnt, und dort wo sie sich kaum ändert, gestaucht, **Bild 4**, z.B. bei 25-100 Umdrehungen/s.

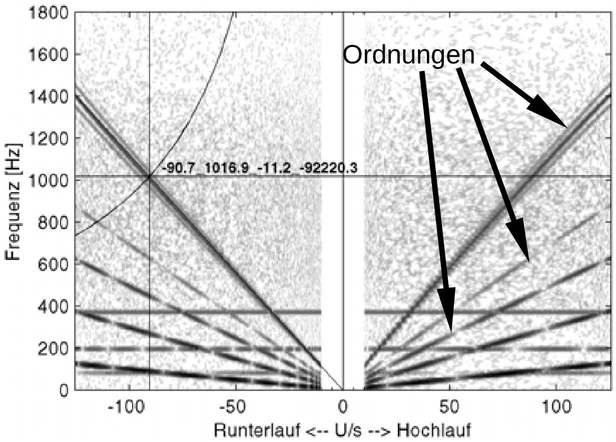

Bild 4: Campbell Diagramm mit Cursor

Der wellige Verlauf der drehzahlabhängigen Schwingungen über der Messzeit wird dadurch zu einer steigenden und fallenden Gerade transformiert. Die Ordnungen werden zu Mittelpunktsstrahlen, die mit steigender Ordnungszahl proportional steiler verlaufen. Die festen Frequenzen bleiben jedoch als horizontale Geraden bestehen. Es ist zu beachten, dass nun die Modulation der fixen Frequenzen nicht mehr aussagekräftig ist, da der Zeitbezug verloren gegangen ist. Der hier implementierte Algorithmus sucht automatisch den Drehzahlscheitelpunkt und teilt das Diagramm in eine Runterlaufphase mit negativen Drehzahlen und Hochlaufphase mit positiven Drehzahlen ein.

2.2.3 Ordnungsspektrogramm im Frequenzbereich

Das Ordnungsspektrogramm, **Bild 5**, ist im Gegensatz zum „normalen“ Frequenzspektrum, Bild 3, durch Normierung der Frequenzachse auf die aktuelle Drehzahl zu erhalten. Für jedes Einzelspektrum $S_i(t_i)$, das bei der Messzeit t_i aufgenommen wurde, ist die Frequenzachse f_i neu zu definieren. Ist bei einem Frequenzspektrum für alle Spektren die Achse identisch und allein durch die Abtstrate und FFT-Fensterlänge vorgegeben, wir nun durch die Division durch die Drehzahl die Frequenzachse einheitenlos (Hz/(1/s)=1) und zur Ordnungsachse transformiert. Am Beispiel einer Unwucht sei die Vorgehensweise erläutert: bei einer Umdrehung pro Sekunde erzeugt die Unwucht eine Schwingung mit der Frequenz 1 Hz, also immer mit der Umdrehungszahl (gemessen in U/s)– bei der zehnfachen Drehzahl entsprechend bei 10 Hz usw. Teilt man diese Frequenzachse nun durch die Drehzahl erhält man unabhängig von der Messzeit eine horizontale Linie bei der Ordnung 1. Alle anderen, fixen Frequenzwerte werden dadurch jedoch ebenfalls skaliert und bilden Kurven, deren horizontaler Verlauf zum Kehrwert der Drehzahl proportional ist.

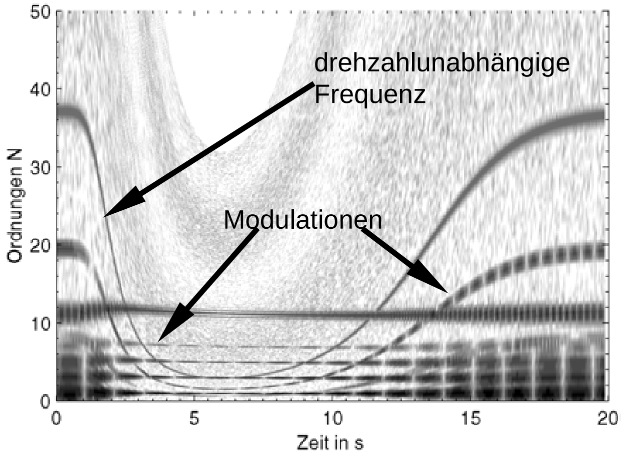

Bild 5: Ordnungsspektrogramm durch Normierung der Frequenzachse aus dem Spektrogramm berechnet

In Bild 5 erkennt man sehr deutlich die aufgeprägte Amplitudenmodulation der Ordnungen und der fixen Frequenzen. Es fällt aber auch auf, dass bei kleinen Drehzahlen am Anfang und am Ende des Diagramms die Ordnungslinien sehr breit und verwaschen werden. Das liegt daran, dass mit einer festen Zeitauflösung abgetastet wurde. Bei kleinen Drehzahlen können dann die Ordnungen nur schlecht aufgelöst werden, da entsprechend auch die fixe Frequenzauflösung durch die Division weiter vergrößert wird. Um diesen Nachteil zu umgehen, verwendet man eine Ordnungsanalyse im Winkelbereich.

2.3 Analysen im Zeit-Winkelbereich

2.3.1 Ordnungsspektrogramm im Winkelbereich

Eine recht einfach und simple Methode, um aus dem aufgezeichneten Signal ein Ordnungsspektrogramm zu erhalten ist, eine FFT über das Signal durchzuführen, wenn anstelle der Zeit als x-Achse für das Signal der insgesamt zurückgelegte Drehwinkel angegeben wird. Dieser seit Start der Messung „akkumulierte Drehwinkel“ ist einfach über die Integration des Drehzahlsignals nach der Zeit zu erhalten oder Aufsummieren der Taktimpulse:

$$\varphi(t) = 2\pi \int_{\tau=0}^{\tau=t} f(\tau)\tau \quad \text{bzw.} \quad \varphi(t_i) = \frac{2\pi}{F_s} \sum_{k=1}^{k=i} f_k \qquad \textbf{Gl. 2.1}$$

In der Verarbeitung diskreter Signale ist F_s die Abtastfrequenz und f die Drehfrequenz (Drehzahl) in 1/s. Das bedeutet aber, dass bei nicht konstanter Winkelgeschwindigkeit und äquidistanter Abtastung im Zeitbereich diese neue Winkelachse nicht mehr äquidistant ist. Damit ist die Berechnung der FFT, die nur für äquidistant abgetastete Signale gültig ist, hinfällig. Um dieses Problem zu lösen, tastet man das Signal, das mit *konstant unterteilter Zeitachse*, aber *ungleichmäßig unterteilter Drehwinkelachse* gemessen wurde, in ein Signal mit *konstanter*

Drehwinkelteilung um. Als Randbedingung wird eine ausreichend große Zahl an Samples vorgegeben, um Unterabtastung zu vermeiden und der Start und Endpunkt, bei dem beide zusammenfallen müssen. In Matlab verwendet man die Interpolationsfunktion `interp1`, die zur Wahrung der Signalhöhe auch einen quadratischen Ansatz anbietet. Man erhält damit eine Transformation der Zeitachse des Messsystems auf die Drehwinkelachse des Messobjekts.

Die STFA als Farbspektrogramm ist dann ein Ordnungsspektrogramm, bei dem einfach die Messzeit durch den Drehwinkel substituiert wurde, Bild 6. Man erkennt sofort den Unterschied zum Ordnungsspektrogramm, das aus den Spektrogramm des Zeitsignals gewonnen wurde, Bild 5: Die Ordnungen sind deutlich schärfer über den gesamten Messbereich, jedoch sind die fixen Frequenzen zeitlich gedehnt und gestaucht (an der Modulation erkennbar). Es ist oft sinnvoll, den Verlauf der Ordnungen einer konkreten Messzeit zuzuordnen, wo z.B. bestimmte Schaltereignisse an einem Getriebe stattgefunden haben.

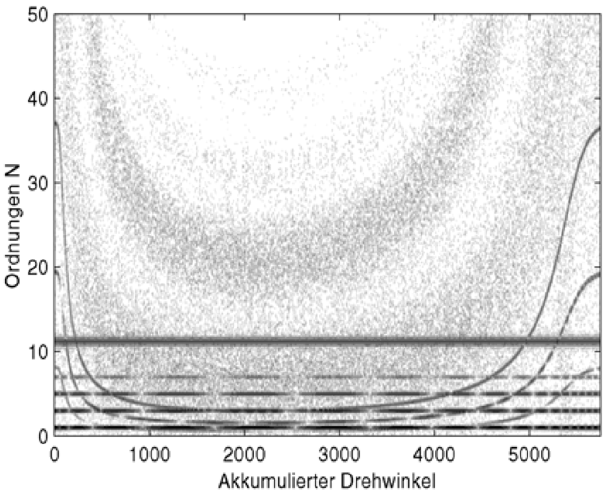

Bild 6: Ordnungsspektrogramm durch Analyse im Winkelbereich berechnet, Ursprungsform

Aus diesem Grund ist eine weitere Interpolation der Drehwinkelachse auf eine konstante Zeitachse vorzunehmen; das berechnete Ordnungsspektrum bleibt dabei selbst unberührt. Folgende Überlegung ist dafür anzustellen: an Stellen bei hohen Drehzahlen nimmt der Winkel φ bei gleicher Zeit schneller zu als bei langsamen Drehzahlen. Oder anders: die Zeit müsste an diesen Stellen gestaucht werden, um diesen schnellen Vorlauf zu kompensieren. Der gemeinsame Endpunkt bleibt jedoch genau wie beim akkumulierten Drehwinkel bestehen: wenn die Messung gestoppt wird, muss diese auf den Drehwinkel normierte Zeit gleich mit der Messzeit sein. Bild 7 zeigt den Sachverhalt für den Drehwinkel und die normierte Zeit graphisch. Dort, wo der Drehwinkel stark zunimmt (4-10s) verläuft auch die Zeit schneller.

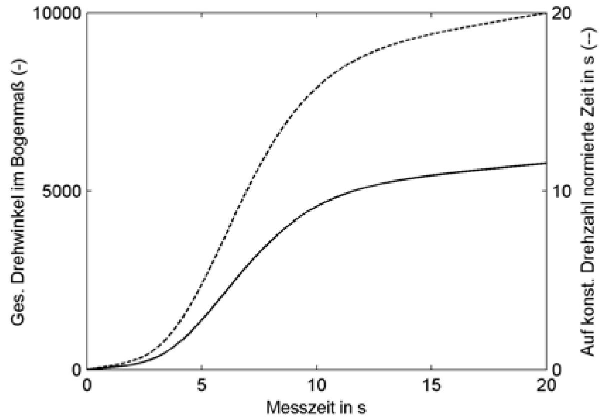

Bild 7: Akkumulierter Drehwinkel (durchgezogen) und normierte Zeit (gestrichelt) über der Messzeit aufgetragen

Arbeitet man diesen Zusammenhang in die Daten aus Bild 6 ein, so erhält man ein zu Bild 5 inhaltlich identisches **Bild 8**, das jedoch im Detail abweicht und bessere Ergebnisse liefert. Das liegt mithin auch daran, dass jetzt Frequenzänderungen des Signals innerhalb eines FFT-Fensters nicht zu Sprüngen bzw. Stufen in den Kurven führen, sondern durch die Berechnung im Winkelbereich eleminiert worden sind. Man darf jedoch nicht vergessen, dass auch einige Nachteile durch die Umtastung entstehen: Das Abtasttheorem muss erfüllt werden, es ist mehr Rechenzeit erforderlich und durch die Interpolation geht ein gewisser Teil der Signalenergie verloren.

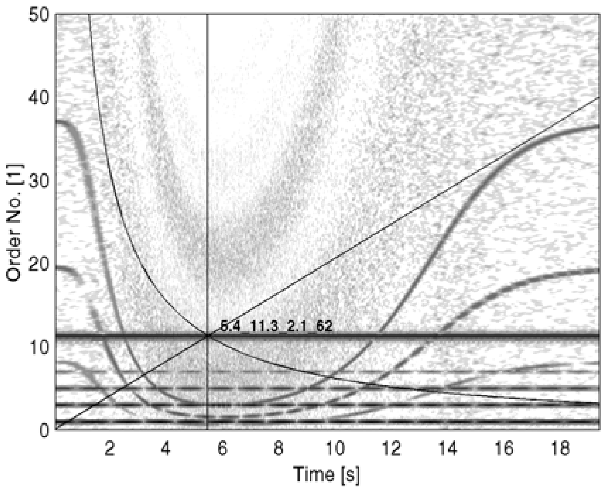

Bild 8: Ordnungsspektrogramm durch Analyse im Winkelbereich berechnet. Zeitachse durch Interpolation berechnet

2.3.2 Ordnungs-Campbell-Diagramm

Eine weitere Darstellung kann nun abgeleitet werden: durch Umwandlung der Zeitachse in Bild 8 in eine Drehzahlachse analog Bild 4 erhält man ein Campbell-Diagramm der Ordnungen als horizontale Linien, **Bild 9**. Die konstanten Frequenzen werden hier zu Hyperbeln und es geht wieder der Bezug der Einzelkurven zur absoluten Messzeit verloren.

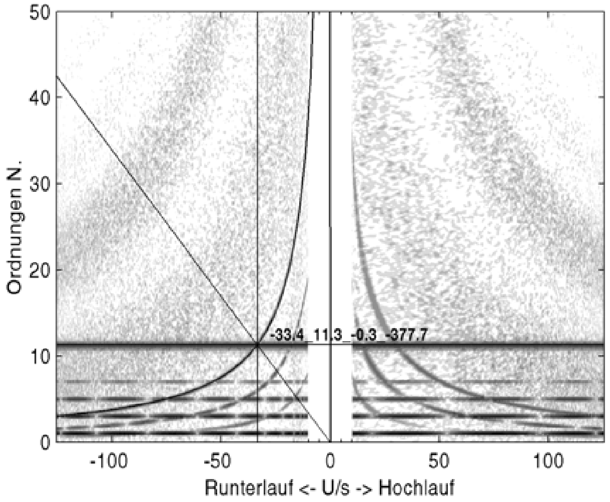

Bild 9: Ordnungs-Campbell-Diagramm, abgeleitet aus Daten in Bild 8 und Bild 1

Der Vorteil gegenüber dem Campbell-Diagramm der Frequenzdaten ist, dass man leichter die parallel verlaufenden Ordnungen auswerten kann, und deren Detailschärfe stärker hervortritt. Mit Hilfe der eingebauten Cursor-Funktion, s.u., kann man sich Schnitte entlang der einzelnen Kurven durch den aktuellen Diagrammpunkt anzeigen lassen.

2.3.3 Polarplot/Irisplot der Ordnungen über die Winkelstellung der Welle

Dieses Diagramm ist sinnvoll, wenn man vermutet, dass der Verlauf des Schwingsignals zu unterschiedlichen Amplituden innerhalb der Ordnungen führt, weil eine Modulation vorliegt. Das könnte z.B. der Fall sein, wenn man ein Zahnrad mit 11 Zähnen hat. Als Ordnungssignal erhält man durch die veränderliche Steifigkeit während des Eingriffs, die Ordnung 11, und durch Sprungüberdeckung weitere Verstärkungen der Ordnungen 22, 33, 44 etc. die in der Höhe lastabhängig sind. Bei Teilungsfehlern, die sich nicht gleichmäßig auf dem Zahnrad verteilen, erhält man eine Modulation über die Winkelstellung und zusätzliche höhere und niedrigere Ordnungen als 11 (z.B. 3/11, 8/11 etc.) . Diese Modulation wäre dann sichtbar, wenn man die Amplituden in einem Bereich von 0° bis 360° der Wellenstellung auftrüge und dann den entsprechenden Zähnen zuordnen würde, **Bild 11**. Als Winkelreferenz dient der akkumulierte Drehwinkel, der durch die Berechnung mit Modulo 2π in den Bereich von 0°...360° gespiegelt wird. Durch Sortierung der Einzelspektren nach dem Winkel und Darstellung im Polarkoordinatensystem erhält man die Graphik

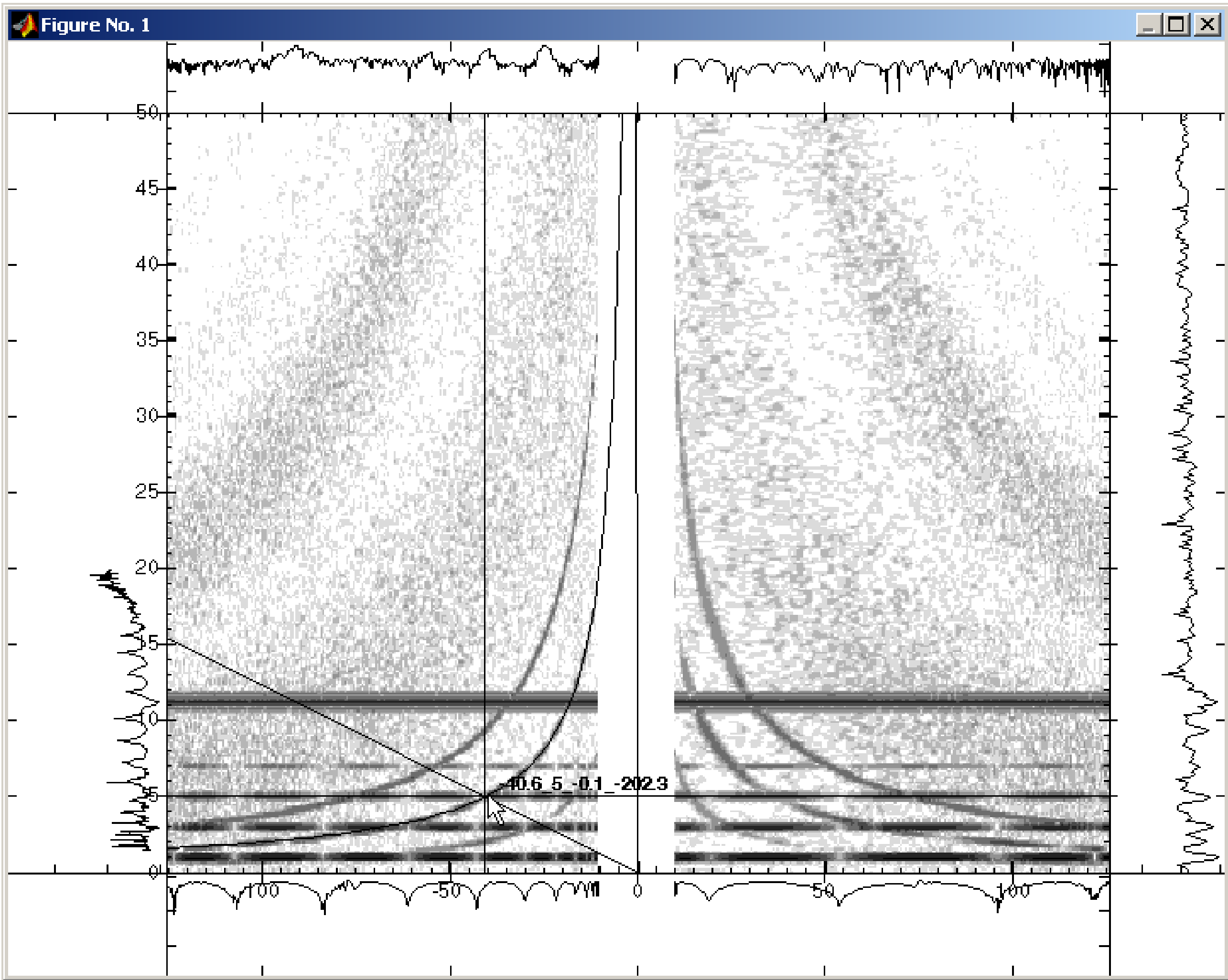

Bild 10: Interaktiver Cursor mit Slices und markierter Cursorposition, beispielhaft im Ordnungs-Campbell-Diagramm dargestellt

nach **Bild 11**. Prinzipiell besteht auch die Möglichkeit, eine gröbere Winkelauflösung vorzugeben und die Spektren in diesen Sektoren zu mitteln oder anstatt der Polardarstellung die konventionelle xy-Darstellung zu wählen.

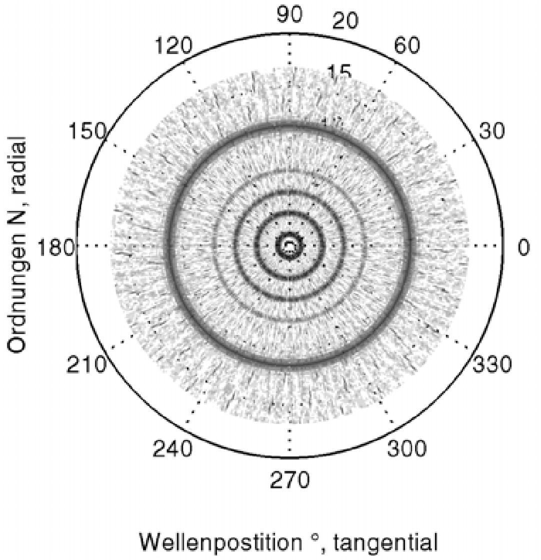

Bild 11: Ordnungen über die Winkelstellung der Welle aufgetragen, berechnet aus Bild 6

2.3.4 Order Tracking Diagramm

Ein Order-Tracking wird üblicherweise durchgeführt, in dem man Schmalbandfilter mit drehzahlabhängiger Mittenfrequenz während des Hochlaufs mit dem Spektrum mitlaufen lässt. Hier kann man jedoch aus dem Ordnungs-Campbell-Diagramm, **Bild 11**, durch Analyse der eingezeichneten Schnittlinien bei konstanter Ordnungsachse den drehzahlabhängigen Verlauf einer Ordnung ermitteln, Bild 12.

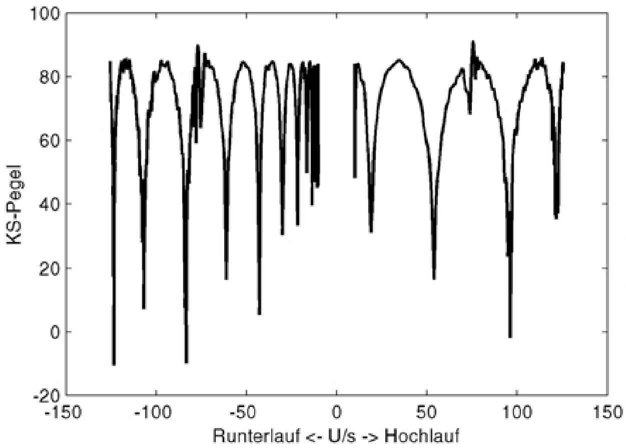

Bild 12: Ordnungsverlauf über der Drehzahl (Order-Tracking-Diagramm), die zeitliche Modulation führt zu variablen Amplituden

2.3.5 Interaktiver Cursor

Um für dem Praktiker eine einfache und schnelle Auswertung anhand der graphischen Daten zu ermöglichen, wurde eine spezielle Unterfunktion programmiert, die auf ein beliebiges Diagramm mit 3D-Daten angewendet werden kann. Damit kann man interaktiv die Daten direkt aus den im Hintergrund abgespeicherten Werten präzise auslesen und Cursormarken setzen. Wenn man während des Auswahlprozesses die Maus bewegt, werden die aktuellen Ortskoordinaten und Parameter der Schnittlinien angezeigt und ausserhalb der eigentlichen Graphik als Schnittlinien dargestellt, Bild 11.

Die Bedeutung der einzelnen Graphen ist in Tab. 1 näher aufgeschlüsselt. Durch Drücken der ESCAPE Taste kann der Benutzer die Daten übergeben, ohne den Cursor einzuzeichnen. Für eine genaue Positionierung kann zusätzlich die Tastatur eingesetzt werden, die jeweils um einen Pixel die Maus weiterverschiebt.

Zur Verdeutlichung ist **Bild 13** angeführt, das die einzelnen Schnitte durch eine Höhenkarte mit wenigen lokalen Maxima und Minima darstellt. Die absolute Höhe ist direkt proportional zum der Grad der Schwärzung.

Position	Parameter	Bedeutung
rechts	Vertikale mit x = const = -40.6 U/s	Ordnungsspektrum bei konstanter Drehzahl
unten	Horizontale mit y = const = 5.0 Ordnungen	Verlauf der Ordnung 5.0 über der Drehzahl, sog. „Order-Tracking“
oben	Ursprungsgerade mit y/x = const = -0.1 Ordnugen/(Umdrehung/s)	Hier keine, im Campbell Diagramm ist das die Linie konstanter Ordnungszahl
links	Hyperbel mit x*y = -202.3 Ordnungen*Umdrehungen/s	Verlauf der fixen, drehzahlunabhängigen Frequenzen über der Drehzahl

Tab. 2: Bedeutung der Schnittlinien und Cursordaten im Ordnungs-Campbell-Diagramm in Bild 11

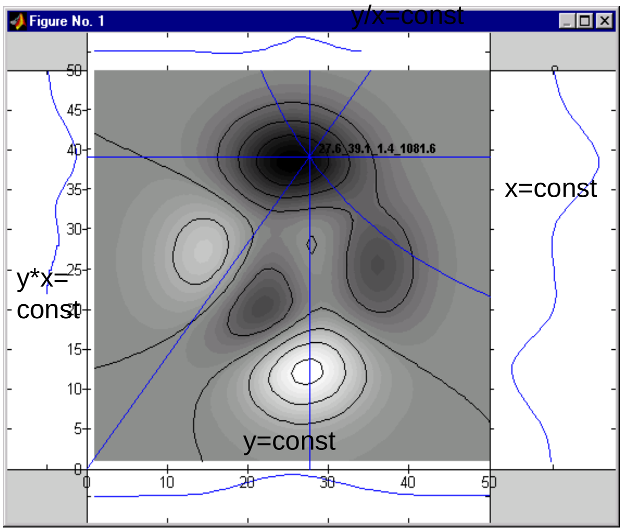

Bild 13: Interaktiver Cursor mit automatisch errechneten Schnittlinien durch die Datenfläche

3 Zusammenfassung

Es wurde eine Toolbox für das numerische Rechenprogramm Matlab entwickelt, die eine Ordnungsanalyse im Frequenzbereich und im Winkelbereich zur Verfügung stellt. Anhand eines Messsignals wurden die verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten aufgezeigt und die aus den Diagrammen abzulesenden Daten diskutiert. Die Toolbox ist vom Filebereich der Firma „The Mathworks", dem Hersteller von Matlab, kostenlos downzuloaden.

4 Literatur

/1/ Online-Hilfe zu Matlab: im Internet unter: http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/helpdesk.shtml

/2/ Download unter : http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/2251-campbell